

Facharbeit

Fach: Physik

Betreuender Lehrer: Herr StR. Werner Knölke

Verfasser: Wolfram Rother

Thema: Relativistische Effekte beim
Global-Positioning-System

Inhalt

1. Einleitung
2. Das Global Positioning System (GPS)
 - 2.1. Was ist das GPS?
 - 2.2. Wie arbeitet das GPS
 - 2.3. Ermittlung der eigenen Position
 - 2.4. Systemkorrektur
3. Die Geometrie des Global Positioning Systems
4. Messverfahren
 - 4.1. Längenmessung
 - 4.2. Zeitmessung
 - 4.2.1. Kurze Geschichte der Zeitmessung
 - 4.2.2. Atomuhren
5. Beeinflussung durch Relativistische Effekte
 - 5.1. Spezielle Relativitätstheorie
 - 5.2. Allgemeine Relativitätstheorie
 - 5.3. Relativistische Korrektur
6. Zusammenfassung
7. Literaturverzeichnis
8. Anhang
 - 8.1. Internetquellen
 - 8.2. Aktuelle Produkte

1 Einleitung

Heutzutage braucht sich niemand mehr wie Odysseus auf See zu verirren, da GPS-Geräte inzwischen für jedermann erschwinglich sind. Dank dieser kann man ständig mit ausreichender Genauigkeit die eigene Position bestimmen. Im Anhang sind einige Geräte und die aktuelle Marktsituation zusammengestellt.

Der interessierte Benutzer fragt sich nach der Funktionsweise des Systems. Auf der Suche nach Erklärungen wird man feststellen, dass neben Grundprinzipien der Nachrichtentechnik auch relativistische Effekte zu berücksichtigen sind.

2 Das Global Positioning System (GPS)

2.1 Was ist das GPS?

Das Global Positioning System (GPS) wurde vom Militär der Vereinigten Staaten von Amerika (USA) entwickelt.

Es ermöglicht auf der gesamten Erdoberfläche und im erdnahen Raum dreidimensionale Positionsbestimmungen in Echtzeit, sowohl von bewegten als auch von ruhenden Objekten, und die Bestimmung der Geschwindigkeit bewegter Objekte

Es steht dabei einer unbegrenzten Zahl von Benutzern zur Verfügung und ist so gut wie unabhängig von meteorologischen Einflüssen.

Neben der militärischen (Precise Positioning Service) stellt das US-Militär zusätzlich noch eine zivile Version (Standard Positioning Service) mit ausreichender Genauigkeit und der Möglichkeit, das Signal gezielt zu verfälschen, zur Verfügung. Dieses System ist schon heute sehr weit verbreitet, da entsprechende Geräte günstig zu erwerben sind.

2.2 Wie arbeitet das GPS?

Die Positionsbestimmung basiert auf der Messung der Entfernung zwischen dem eigenen Standort und mehreren von insgesamt 24 im Erdorbit kreisenden Satelliten. Jeder Satellit sendet ständig seine Kennung, die Zeitmarke der Atom-Borduhr nach UTC-Standard (Universal-Time-Coordinated), sowie regelmäßig seine Bahndaten. Der Empfänger misst

durch Berechnung der Signallaufzeit die Entfernung zu mindestens vier Satelliten. Die Satelliten senden synchron auf zwei Frequenzen. Auf der Frequenz L1 mit 1575,42 Mhz für den zivilen und auf der Frequenz L2 mit 1227,6 Mhz für den militärischen Gebrauch. Das Signal auf der Frequenz L2 ist äußerst schwierig zu finden, so dass auch die Empfänger des Militärs zum Empfangen von L1 ausgerüstet sind. Sie werten zunächst das L1-Signal und dann auf dessen Basis das L2-Signal aus.

Da es sich um ein militärisches System handelt, muss es kryptisch arbeiten. Die Sendetechnik lässt kein übliches Sendesignal (Trägerfrequenz) erkennen. Deshalb wirkt das Signal auf den uninformierten Betrachter wie ein Rauschen (PRN-Technique, Pseudo Random Noise). Ohne die Entschlüsselungscodes zu kennen ist es so gut wie unmöglich die gesendeten Daten zu verstehen und zu nutzen.

2.3 Ermittlung der eigenen Position

Um das Signal aus dem Rauschen heraus zu filtern, wird das empfangene Signal mit den im Empfänger gespeicherten Mustern der Satellitenkennungen verglichen. Anhand der gesendeten Zeitmarke wird dann der zeitliche Unterschied, also die Signallaufzeit, berechnet.

2.4 Systemkorrektur

Die Flugbahnen der Satelliten des GPS müssen mindestens einmal am Tag korrigiert werden. Dazu sind auf der Erdoberfläche 5 Monitorstationen verteilt. Diese kehren das Verfahren zur Positionsbestimmung einfach um, indem sie die Rolle der Satelliten und der Satellit die Rolle des Benutzers übernehmen. Wenn dann die genaue Position des Satelliten bekannt ist, kann seine Bahn nach Bedarf korrigiert werden. Im Falle einer Bahnänderung wird, ebenfalls über die Satelliten, ein Signal ausgestrahlt, das den Empfängern auf der Erde die geänderte Position mitteilt.

3 Die Geometrie des Global Positioning System's

Die Positionsbestimmung basiert auf der Messung der Entfernung zwischen Empfänger und mehreren von insgesamt 24 im Erdorbit kreisenden Satelliten.

Die Punkte gleicher Entfernung zu je einem Satelliten beschreiben im freien Raum eine Kugeloberfläche. Je zwei solcher Kugeloberflächen schneiden sich in einem Kreis, die Schnittpunkte dieses Kreises mit einer dritten Kugelschale geben zwei mögliche Positionen des Benutzers vor. Eine der beiden lässt sich streichen, da sie weit außerhalb der Satellitenbahnen und jenseits der Erdoberfläche liegt, die andere gibt die gewünschte Position an.

Das System in dieser Form setzt jedoch voraus, dass der Empfänger selbst eine Atomuhr besitzt. Da dies praktisch unmöglich ist, muss ein vierter Satellit zur Zeitkorrektur miteingerechnet werden.

Mit vier Satelliten können 4 Unbekannte näherungsweise bestimmt werden. Das sind üblicherweise geographische Länge, geographische Breite, die Höhe über Normal Null sowie die Zeitkorrektur für die Uhr des Empfängers.

Die wirkliche Distanz ist immer der räumliche Abstand zwischen dem Satelliten und der Position des Empfängers (nach Pythagoras).

$$r = \sqrt{(x - x_u)^2 + (y - y_u)^2 + (z - z_u)^2}$$

Dabei sind x_u ; y_u und z_u die Koordinaten des Empfängers.

Dazu addiert sich ein Zeitfehler Δt_u beim Empfänger, weil dieser keine Atomuhr besitzt.

Der Zeitfehler führt zu einem Ortsfehler: $r_i' = r_i + c \cdot \Delta t_u$

Diese Berechnung führt man für jeden Satelliten aus. Man erhält ein System von drei Gleichungen.

$$r_1' = \sqrt{((x_1 - x_u)^2 + (y_1 - y_u)^2 + (z_1 - z_u)^2)} + c \cdot \Delta t_u$$

$$r_2' = \sqrt{((x_2 - x_u)^2 + (y_2 - y_u)^2 + (z_2 - z_u)^2)} + c \cdot \Delta t_u$$

$$r_3' = \sqrt{((x_3 - x_u)^2 + (y_3 - y_u)^2 + (z_3 - z_u)^2)} + c \cdot \Delta t_u$$

Dieses Gleichungssystem lässt sich nicht mehr exakt lösen. Mit Hilfe des Rechners lassen sich die Lösungen dieses nichtlinearen Gleichungssystems jedoch durch Approximation und Iteration hinreichend genau bestimmen.

Man erhält die Position P' mit einem Zeitfehler und daher auch mit einem Ortsfehler. Man berechnet also zunächst seine Position, davon ausgehend, dass die eigene Uhr exakt geht. Nun betrachtet man die Entfernung zum vierten Satelliten und setzt die gefundene Position in die Gleichung ein, um diese nach der Zeit aufzulösen.

$$r_4' = r_4 + c \cdot \Delta t_u \quad \Rightarrow \quad r_4' - r_4 = c \cdot \Delta t_u$$

Man erhält jetzt einen neuen Wert P'', der besser und genauer ist als P'.

Dieses Verfahren liefert einen neuen Wert für r_4 :

$$r_4 \Rightarrow r_{4neu}$$

Nun wird erneut, diesmal mit geringerer Fehler der Uhr im Empfänger, die Entfernung zu den Satelliten gemessen. Daraus wird wieder die Position errechnet und die obere Gleichung nach der Zeit aufgelöst. Dieses Verfahren kann man bis zu einem vorher festzulegenden Restfehler durchführen.

4 Messverfahren

4.1 Längenmessung

Im Jahr 1875 wurde im Internationalen Staatsvertrag über die Meterkonvention die Länge eines Meters auf den 40 millionsten Teil eines Erdmeridians festgelegt. Im Bureau International des Poids et Mesures in Bèvres wurde der „Urmeter“ hinterlegt, hergestellt aus einer Platin-Iridium Legierung.

Als die dadurch erreichte Genauigkeit der Messung auf 10^{-7} m nicht mehr für die immer größer werdenden Anforderungen der Physik ausreichte, wurde 1960 der Meter auf Basis der Wellenlänge der orangefarbenen Spektrallinie des Kryptonisotops Kr^{86} definiert. Diese Festlegung hat den Vorteil, dass die Längeneinheit in jedem Labor mit einer Genauigkeit von $4 \cdot 10^{-9}$ reproduziert werden kann.

Nachdem allerdings im Jahr 1972 die Lichtgeschwindigkeit auf 1,1 m/s genau gemessen worden ist, erscheint es vernünftig, die Lichtgeschwindigkeit definitorisch festzulegen. Das geschah im Jahr 1983, indem man eine neue Definition für die Basiseinheit Meter beschloss.

“Ein Meter ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während des Intervalls von $(1 / 299\,792\,458)$ s durchläuft.” (Ruder p.22 oben)

Dadurch ist es nun möglich, an Stelle der Länge einfach die Lichtlaufzeit über ein bestimmtes räumliches Intervall zu messen. Für die moderne Physik ist das letztlich die logische Konsequenz aus der durch die Spezielle Relativitätstheorie beschriebenen Raum-Zeit-Struktur in der wir leben.

Für die Längenmessung ergibt sich heute natürlich die gleiche Genauigkeit wie für die Zeitmessung (10^{-14}), da erstere ja durch eben diese vorgenommen wird.

4.2 Zeitmessung

4.2.1 Kurze Geschichte der Zeitmessung

Bis etwa 1940 erschien es sinnvoll die Erdrotation als exakten Zeitmaßstab zu nutzen. Danach hätte die Beibehaltung dieses Standards jedoch zu einem systematischen Fehler beim Betrieb von Quarz- und Atomuhren geführt. Was lag also näher, als die Atomuhren als Zeitskala zu definieren? Quarzuhren gingen auf lange Zeit nicht genau genug, weil der Kristall ermüdete. Für die bis dahin als konstant geltende Erdrotation ließen sich jetzt mit Atomuhren Fehler nachweisen.

4.2.2 Atomuhren

Im Oktober 1967 wurde von der Generalversammlung für Maße und Gewichte eine Neudefinition der Einheit Sekunde [s] beschlossen.

„Die Sekunde ist das 9 192 631 770-fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstruktur-niveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids Cs¹³³ entsprechenden Strahlung.“ (Zitiert nach Ruder)

Sogenannte „Atomuhren“, mit denen dieser Standard nachahmbar ist, sind günstig zu betreiben und relativ unempfindlich gegen äußere Einflüsse. Es existieren tragbare Modelle und solche, die für den Einsatz im Weltraum ausgelegt sind, wie zum Beispiel die an Bord der GPS-Satelliten.

Im folgenden wird kurz die Funktionsweise einer Caesium-Atomuhr erläutert.

Aufgeheizte Caesium Atome im Grundzustand werden mit Magneten in einen der beiden Hyperfein-Zustände sortiert. Nur in diesem Zustand befindliche Atome werden in die nächste Kammer befördert. Dort wird Mikrowellenstrahlung einer bestimmten Frequenz angelegt, die das Caesium-Atom so stimuliert, dass es in den anderen *Hyper Fine State*

übergeht. Ein weiterer Magnet sortiert die so angeregten Atome aus und leitet nur diese weiter in Richtung des Detektors. Die dort erzeugte Spannung ist ein Maß für die Anzahl der angeregten Atome. Nimmt sie ab, so stimmt die Frequenz der Mikrowellenstrahlung nicht mehr genau mit der Energie des Zustandsübergangs überein und muss nachgeregelt werden. Das garantiert eine sehr genaue Übereinstimmung dieser Frequenz mit der Zeitdefinition. Bei kommerziellen Uhren liegen die Abweichungen bei 10^{-13} , bei den Uhren der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt bei $7 \cdot 10^{-15}$.

5 Beeinflussung durch relativistische Effekte

5.1 Spezielle Relativitätstheorie

Nach der Speziellen Relativitätstheorie ergibt sich für ein mit der Geschwindigkeit v bewegtes Objekt die Eigenzeit gemäß dieser Gleichung:

$$t(v) = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Dabei ist t_0 die Eigenzeit eines ruhenden Objektes. Wie zu erkennen ist, vergeht die Eigenzeit des bewegten Objektes mit zunehmender Annäherung an die Lichtgeschwindigkeit langsamer. Für die Satelliten des GPS sind folgende Daten zu berücksichtigen:

Flughöhe der Satelliten in km	20183
Bahnumfang in km	126810
Dauer einer Erdumrundung in h	12
Geschwindigkeit v in km/h	10568
Geschwindigkeit v in m/s	2935,5

Demnach ergibt sich für einen Satelliten:

$$\frac{t(v)}{t_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2935,5}{299792458}\right)^2}} = 1,000\,000\,000\,047\,939\,419 \approx 1 + 0,47 \cdot 10^{-10}$$

Da auch die Uhren auf der Erde durch die Erdrotation bewegt werden, muss für sie ebenfalls die Veränderung der Eigenzeit betrachtet werden. Die Bahn der Erde um die Sonne und deren Bewegung durch das Weltall können hingegen unberücksichtigt bleiben, da sie für terrestrische Uhren und erdgebundene Satellitenbahnen gleich sind.

Für den Standort Krefeld bei 51° nördlicher Breite sind folgende Daten zu berücksichtigen:

Abstand zur Erdachse in km	4009,4
Bahnumfang in km	25187
Dauer einer Erddrehung in h	24
Geschwindigkeit v in km/h	1049,46
Geschwindigkeit v in m/s	291,52

Daraus ergibt sich für den Standort Krefeld:

$$\frac{t(v)}{t_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{291,52}{299792458}\right)^2}} = 1,000.000.000.000.472.776.407 \approx 1 + 0,47 \cdot 10^{-12}$$

Da diese Korrektur um den Faktor 100 kleiner ist als für den Satelliten, kann sie vernachlässigt werden. Alle terrestrischen Atomuhren unterliegen, abhängig von der geographischen Breite, einer solchen relativistischen Verschiebung. Übrigens ist auch beim Atomstrahl selbst wegen der Eigengeschwindigkeit der Atome die Spezielle Relativitätstheorie zu beachten.

(Die obigen Berechnungen sind auf einem handelsüblichen Taschenrechner wegen der erforderlichen Stellenzahl nicht möglich, jedoch mit dem in „Windows“ integrierten Rechner.)

5.2 Allgemeine Relativitätstheorie

Die Allgemeine Relativitätstheorie beschreibt die Gravitation als Krümmung der vierdimensionalen Raumzeit. Diese Beschreibung entfernt sich völlig von der vertrauten Newton'schen Mechanik und entzieht sich der unmittelbaren Plausibilität.

Zum Verständnis der hier benötigten Formel eignet sich eine Geschichte, die *Wheeler* in seinem Buch „Gravitation und Raumzeit“ vorträgt:

„Im Jahre 1908 fiel eines Tages ein Anstreicher vom Dach herunter. Nachdem Einstein von dem Unfall gehört hatte, erkundigte er sich bei dem Mann nach seinem Gefühl während des Fallens. Er erfuhr, dass der Anstreicher sein Gewicht im Fall nicht gespürt hatte. In diesem Augenblick überkam Einstein ‚der größte Einfall meines Lebens‘, wie er es später ausdrückte. ‚In einem Gravitationsfelde (geringer räumlicher Ausdehnung) verhalten sich die Dinge wie in einem gravitationsfreien Raume...‘. Trotz dieser Einsicht brauchte Einstein weitere sieben Jahre, um seine allgemeine Relativitätstheorie fertigzustellen. Warum die Verzögerung? Einstein empfand es als schwierig, dass man sich nicht so leicht von der Auffassung befreit, dass den Koordinaten eine unmittelbare metrische Bedeutung zukommen muss‘“. (Wheeler, S. 25)

Die Betrachtung des „freien Schwebens“ führt zu der Erkenntnis, dass beschleunigte Bezugssysteme und Gravitationsfelder nicht unterscheidbar sind. Dem entspricht das Ergebnis des Eötvös-Experiment, das die Äquivalenz von träger und schwerer Masse mit einer Genauigkeit von $5 \cdot 10^{-9}$ bewiesen hat, übrigens zeitlich unmittelbar vor Einsteins Arbeiten.

Damit wird der in der Speziellen Relativitätstheorie geprägte Begriff des „Inertialsystems“ verallgemeinert: Man muss sich weit von größeren Massen entfernen. In der Nähe von Massen, unter anderem auf der Erdoberfläche, ist die Raumzeit gekrümmt. Dort gehen Uhren langsamer. Während des freien Falls verstreicht eine maximale Zeit. Der Satellit, der eine gewisse Entfernung zur Erde hat, besitzt ein Alterungsverhalten, das zwischen diesen beiden Werten liegt.

Zur Berechnung gibt *Wheeler* folgende Formel an:

$$\left(\begin{array}{l} \text{Altern gemäß einer} \\ \text{erdgebundenen Uhr} \end{array} \right) = \sqrt{1 - \left(\frac{\text{doppelte Erdmasse}}{\text{r-Wert der Uhrenposition}} \right)} \cdot \left(\begin{array}{l} \text{Altern gemäß einer} \\ \text{weit entfernten Uhr;} \\ \text{d.h. Verstreichen} \\ \text{der globalen Zeit} \end{array} \right)$$

Schnelleres Altern entspricht höheren Frequenzen. Die Formel ist deshalb in folgende Gleichung umzusetzen:

$$\frac{1}{\Delta t_{Erde}} = \frac{1}{\Delta t_{\max}} \cdot \sqrt{\left(1 - \left(\frac{2 \cdot m_{Erde} \cdot k}{r_{Uhr}} \right) \right)}$$

Dabei wird r_{Uhr} vom Erdmittelpunkt gemessen. $1/\Delta t_{\max}$ entspricht dem Verstreichen der „globalen“ Zeit.

Die Erdmasse wird mit dem Faktor k in passende Längeneinheiten umgerechnet:

$$k = 3,4 \cdot 10^{-28} \frac{m}{kg} \quad \text{und} \quad m_{Erde} \cdot k = 4,44mm$$

Der Unterschied zwischen einer freischwebenden Uhr und einer auf der Erdoberfläche beträgt demnach:

$$\frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{Erde}} = \sqrt{\left(1 - \frac{8,88 \cdot 10^{-3}}{6371 \cdot 10^3} \right)} = \sqrt{\left(1 - 1,3938 \cdot 10^{-9} \right)} \approx 0,999\,999\,999\,303\,092\,136 \approx 1 - 0,7 \cdot 10^{-9}$$

Für einen Satelliten des GPS ergibt sich mit $r = 20183$ km:

$$\frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{Sat.}} = \sqrt{\left(1 - \frac{8,88 \cdot 10^{-3}}{20183 \cdot 10^3} \right)} = \sqrt{\left(1 - 4,399742 \cdot 10^{-10} \right)} \approx 0,999\,999\,999\,780\,012\,882 \approx 1 - 0,2 \cdot 10^{-9}$$

Diese Ergebnisse zeigen, dass die Erd- und die Satellitenuhr langsamer gehen als eine weit entfernte Uhr.

Durch den Quotienten der beiden Zahlen lässt sich der Gangunterschied zwischen der Satellitenuhr und der Erduhr aufgrund der Raumzeit-Krümmung berechnen:

$$\frac{\Delta t_{\text{Satellit}}}{\Delta t_{\text{max}}} \cdot \frac{\Delta t_{\text{max}}}{\Delta t_{\text{Erde}}} = \frac{\Delta t_{\text{Satellit}}}{\Delta t_{\text{Erde}}} = \frac{0,999\,999\,999\,303\,092\,136}{0,999\,999\,999\,780\,012\,882}$$

$$\approx 0,999\,999\,999\,523\,079\,254 \approx 1 - 0,48 \cdot 10^{-9}$$

Die Zeitmarken der Satellitenuhr folgen schneller aufeinander als bei der Erduhr, die Satellitenuhr geht also schneller als die Erduhr.

5.3 Relativistische Korrektur

Aus der Speziellen Relativitätstheorie ergibt sich, dass die Borduhr des Satelliten um $0,47 \cdot 10^{-10}$ langsamer geht als die Erduhr. Aus der Allgemeinen Relativitätstheorie folgt, dass die Borduhr um $0,48 \cdot 10^{-9}$ schneller geht. Dieser Effekt ist also etwa 10fach größer. Deshalb muss die relativistische Korrektur den insgesamt schnelleren Lauf der Borduhr berücksichtigen. Beide oben ermittelten Faktoren werden miteinander multipliziert und ergeben den Korrekturfaktor

$$K_{\text{RTgesamt}} = 0,999\,999\,999\,571\,018\,673 \approx 1 - 0,43 \cdot 10^{-9}$$

Mit diesem Korrekturfaktor muss die Uhrenfrequenz multipliziert werden. Nach Angabe von *Thaller* wird anstelle der nominalen Frequenz von 10,23 MHz die korrigierte Frequenz 10,229 999 995 45 MHz angenommen; nach meiner Berechnung ergibt sich der Wert 10,229 999 995 61 MHz.

Wie man sieht, ist der Wert an der zehnten Stelle hinter der führenden 1 um 0,5 geringer; dies entspricht der Korrektur wegen der Allgemeinen Relativitätstheorie. An der elften Stelle hinter der Eins wird der Wert wieder um 0,45 (bzw. 0,61) erhöht, um die Spezielle Relativitätstheorie zu berücksichtigen. Ohne diese Korrekturen würde sich der Zeitfehler bis zur nächsten Kontrolle durch die Bodenstation laufend aufsummieren. Bereits nach etwa 20min ($\approx 1000\text{s}$) läge er bei $\Delta t = 0,5 \mu\text{s}$ und $\Delta s = c \cdot \Delta t = 150\text{m}$. Dieser Fehler ist offensichtlich nicht akzeptabel.

6 Zusammenfassung

In dieser Facharbeit wurde gezeigt, dass es möglich ist, durch Satelliten ein System zur weltweiten Positionsbestimmung zu betreiben. Eine ausreichende Genauigkeit ist nur möglich, wenn die Aussagen sowohl der Allgemeinen als auch der Speziellen Relativitätstheorie beachtet werden.

Das GPS ist ein bemerkenswertes Beispiel für die Relevanz sowohl der Speziellen wie auch der Allgemeinen Relativitätstheorie für das tägliche Leben und stellt einen besonders beachtenswerten Beweis für die Richtigkeit der Einstein'schen Theorie dar.

7 Literaturverzeichnis

Thaller, Georg Erwin: "Satellitennavigation".

Baden-Baden: Technik und Handwerk, 1999. ISBN 3-88180-358-0

Anmerkung: Das Buch stellt wesentliche Grundlagen des GPS-Systems ungenau dar.

Das gilt besonders für das Kapitel über das eigentliche Messverfahren, das in seinen Grundzügen richtig z.B. im Buch von Herter/Lörcher beschrieben wird.

Herter, E.; Lörcher, W.: "Nachrichtentechnik".

München: Hanser, 2000. ISBN 3-446-21405-4

Ruder, H.; Ruder, M.: "Die Spezielle Relativitätstheorie".

Braunschweig: Vieweg, 1993. ISBN 3-528-07266-0

Wheeler, J. A.: "Gravitation und Raumzeit".

Heidelberg: Spektrum, 1992. ISBN 3-86025-066-3

Encyclopedia Britannica: „Cesium clock“. <http://www.britannica.com/>

Physikalisch Technische Bundesanstalt: „Die Funktionsweise einer Atomuhr.“

loc. cit.: "Die Caesiumuhr"

loc. cit.: "Die primären Uhren der PTB".

<http://www.ptb.de/>

8 Anhang

8.1 Internetquellen

- 1) Encyclopedia Britannica: „Cesium clock“. <http://www.britannica.com/>
- 2) Physikalisch Technische Bundesanstalt: „Die Funktionsweise einer Atomuhr.“
- 3) loc. cit.: “Die Caesiumuhr”
- 4) loc. cit.: “Die primären Uhren der PTB”.

<http://www.ptb.de/>

8.2 Aktuelle Produkte

- 1) <http://www.dellas.de>
- 2) <http://www.gps24.de>
- 3) <http://www.thegpsstore.com>