Mathematik

Regelbuch

Klasse 5 - 7

Stand : Dezember 2006

Nina Uretschläger

Große Zahlen

9.9.04

1 Million:

1.000.000

1 Milliarde:

1.000.000.000

1 Billion:

1.000.000.000.000

1 Billiarde:

1.000.000.000.000.000

1 Trillion:

1.000.000.000.000.000.000

10.9.04

Die natürlichen Zahlen:

Die Reihenfolge der natürlichen Zahlen 0, 1, 2, 3 kann man am Zahlenstrahl darstellen.

Die natürlichen Zahlen werden in der Menge $\mathbb{N}$ zusammengefasst.

und β_3 (α_2 und β_4, u.s.w.) zueinander liegen, als Wechselwinkel.

Wichtige Regel:
Sind die beiden Geraden g und h zueinander parallel, so gilt:

1.] Stufenwinkel sind gleich groß,
2.] Wechselwinkel sind gleich groß.

15.9.04

Zahlen vergleichen

1. Bei unterschiedlicher Stellenzahl gilt:
Die Zahl, die mehr Stellen als die andere hat, ist die größere.

2. Bei gleicher Stellenzahl gilt:
Die Zahl, die von links gelesen zuerst eine größere Ziffer hat, ist die größere.

17.9.04

Runden

Beim Runden auf Zehner, Hunderter, Tausender ... schaut man immer auf die <u>rechts</u> von dieser Stelle stehende Ziffer.

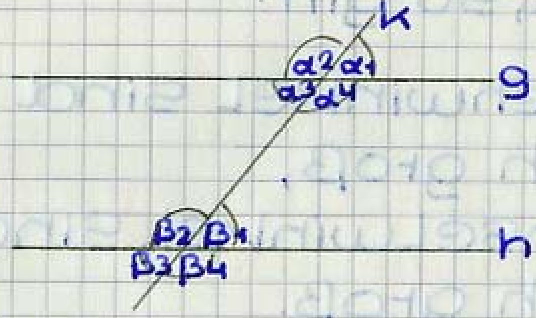
Ist diese Ziffer eine 0, 1, 2, 3 oder 4, so wird <u>abgerundet</u>.

Ist diese Ziffer eine 5, 6, 7, 8 oder 9, so wird <u>aufgerundet</u>.

Nebenwinkel ergeben addiert 180°. (In unserer Zeichnung: $\alpha+\beta=180°$; $\beta+\gamma=180°$, $\gamma+\delta=180°$ und $\delta+\alpha=180°$)

22.11.06

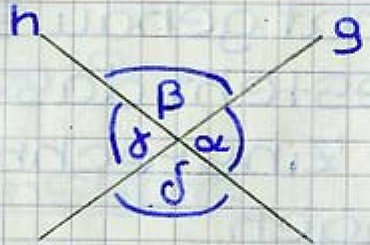
Stufen- und Wechselwinkel



Werden zwei Geraden g und h von einer dritten Geraden k geschnitten, so bezeichnet man Winkel, die wie α_1 und β_1 (bzw. α_2 und β_2, u.s.w.) z einander liegen, als <u>Stufenwinkel</u>, und Winkel, die wie α_1

Winkel an einer Geradenkreuzung

20.11.06



Zwei Geraden g und h schneiden sich in einem Punkt.

1.] Scheitelwinkel

Je zwei gegenüberliegende Winkel nennt man Scheitelwinkel. Zwei Scheitelwinkel sind gleich groß. (In unserer Zeichnung: $\alpha = \gamma$ und $\beta = \delta$)

2.] Nebenwinkel

Je zwei nebeneinanderliegende Winkel nennt man Nebenwinkel.

22.9.04

Das Zweiersystem (Dualsystem)

Das Zweiersystem (Dualsystem) baut auf der Grundzahl 2 auf. Als Stellenwerte benutzt man 1, 2, 4, 8, 16..

Beispiel:

$$(10110)_2 = 1\cdot16+0\cdot8+1\cdot4+1\cdot2+0\cdot1 = 16+0+4+2+0 = 22$$

16	8	4	2	1
1	0	1	1	0

24.3.04

Das Fünfersystem:

Das Fünfersystem hat als Grundzahl die 5.
Es besitzt nur die Ziffern 0, 1, 2, 3 und 4. Als Stellenwerte gibt es 1, 5, 25, 125, 625, ...

Beispiel:

$$(2432)_5 = 2\cdot125+4\cdot25+3\cdot5+2\cdot1$$
$$= 250 + 25 + 15 + 2$$
$$= 292$$

Beachte:
Bei der Zinsrechnung hat jeder Monat genau 30 Tage, also besteht das Jahr bei der Zinsrechnung aus 360 Tagen.

Zinseszinsen:
Wenn ein Anfangskapital K über mehrere Jahre zu einem festen Zinssatz p aufgelegt ist und die Zinsen am Ende eines jeden Jahres gutgeschrieben werden, dann werden neben dem Kapital auch die Zinsen und den folgenden Jahren ebenfalls verzinst. Man spricht von Zinseszinsen.

$K_n = K\cdot q^n$ (n=Jahre)

Formeln der Zinsrechnung

1] Jahreszinsen

$Z = \frac{K}{100} \cdot p$

2] Zinssatz

$p = \frac{100}{K} \cdot Z$

3] Kapital

$K = \frac{Z}{p} \cdot 100$

Sehr schön. 1R

Formel für die Berechnung von Monats- und Tageszinsen

Monatszinsen:

$Z_m = \frac{K}{100} \cdot p \cdot \frac{m}{12}$ m = Anzahl der Monate

Tageszinsen:

$Z_t = \frac{K}{100} \cdot p \cdot \frac{t}{360}$ t = Anzahl der Tage

23.9.04

Römische Zahlen

M : 1000
D : 500
C : 100
L : 50
X : 10
V : 5
I : 1

Regeln für die römischen Zahlen

1. Steht ein Zahlzeichen links neben einem höheren, so wird sein Wert subtrahiert.
2. Steht ein Zahlzeichen rechts neben einem gleichen oder höheren, so wird sein Wert addiert.
3. Die Zahlzeichen M, C, X und I kommen höchstens dreimal

hintereinander vor, die Zahlzeichen D, L und V höchstens einmal.

Addieren

$2+4=6$

Gehe von der Zahl 2 aus um 4 Einheiten nach rechts.

2 + 4 = ← 6

↓ Summe

1. Summand 2. Summand

Man nennt 2+4 eine Summe.

29.9.06

Formel zur Berechnung des Prozentsatzes p:

$$p = \frac{100}{G} \cdot W \%$$

20.10.06

Formel zur Berechnung des Grundwertes G:

$$G = \frac{W}{p} \cdot 100 \text{ oder } G = \frac{100}{p} \cdot W$$

Zinsrechnung

Die Zinsrechnung ist eine Anwendung der Prozentrechnung.

Dabei entsprechen:

- das Kapital K dem Grundwert G,
- der Zinssatz p dem Prozentsatz p
- die Jahreszinsen Z dem Prozentwert W.

Wichtige Grundbegriffe der Prozentrechnung: 22.9.06

Berechnet man 20 % von 300 €, so erhält man 60 €.

Hierbei nennt man...

...300 € den Grundwert G,

........20 % den Prozentsatz p und

........60 € den Prozentwert W.

Formel zur Berechnung des Prozentwertes W:

$$W = \frac{G}{100} \cdot p$$

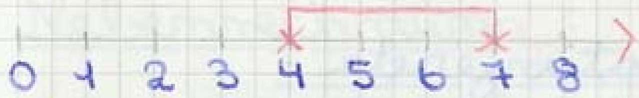
Wie viel € sind 20 % von 300 € ?

100 % $\xrightarrow{:100}$ 1 % $\xrightarrow{\cdot 20}$ 20 %	300 € $\xrightarrow{:100}$ 3 € $\xrightarrow{\cdot 20}$ 60 €
100 % $\xrightarrow{:100}$ 1 % $\xrightarrow{\cdot p}$ p %	G $\xrightarrow{:100}$ $\frac{G}{100}$ $\xrightarrow{\cdot p}$ $W = \frac{G}{100} \cdot p$

8.10.04

Subtrahieren

$7 - 3 = 4$



Gehe von der Zahl 7 aus um 3 Einheiten nach links.

7	−	3	=	4
↓		↓		↓
Minuend		Subtrahend		Differenz

Man nennt 7 − 3 eine Differenz.

12.10.0

Rechengesetze der Addition

Kommutativgesetz:

Für alle natürlichen Zahlen a und b gilt: $a+b=b+a$

BSP: $4+7=7+4=11$

Assoziativgesetz:

Für alle natürlichen Zahlen a, b und c gilt: $(a+b)+c = a+(b+c)$

BSP: $(12+16)+4=12+(16+4)=32$

Beachte: Das Kommutativgesetz und das Assoziativgesetz gelten nicht für die Subtraktion.

5.9.2006

Beispiel für einen Dreisatz einer antiproportionalen Zuordnung:

	8 LKW's	60 Fahrten pro LKW
:8	1 LKW	480 Fahrten pro LKW	·8
·6	6 LKW's	80 Fahrten pro LKW	:6

Antwort: 6 LKW's brauchen 80 Fahrten.

12.9.2006

Prozente

Werden Anteile miteinander verglichen, wird als gemeinsamer Nenner der zu verglichenen Brüche häufig 100 verwendet. Für solche Hundertstellbrüche verwendet man die Schreibweise Prozent (%).

Ein Ganzes: 100 %

Ein Hundertstell des Ganzen: 1 %

$\frac{5}{100}$: 5 % $\frac{P}{100}$: P %

1.9.2006

Produktgleichheit bei antiproportionalen Zuordnungen

Bei einer antiproportionalen Zuordnung sind die Produkte jeweils zugeordneter Größen gleich.
Nennt man dieses Produkt p, so lautet die zugehörige Zuordnungsvorschrift:

$x \mapsto p : x$

$(x \mapsto \frac{p}{x})$

2.11.04

Beispiel für eine Textaufgabe

Rechnung:

348€ + 255€ + 889€ + 489€ + 779€ + 779€ = 3.539€

Nebenrechnung:

$$\begin{array}{rr} & 348 \\ + & 255 \\ + & 889 \\ + & 489 \\ + & 779 \\ + & 779 \\ & {\scriptstyle 3\ 44} \\ \hline & 3.539 \end{array}$$

Antwort: Die Hifi-Anlage kostet 3.539 €.

9.11.04

Beispiel für die Gliederung eines Terms

$(24+13)-(27-14)$
$= 37 - 13$
$= 24$

Der Term ist eine Differenz.
Der Minuend ist die Summe der Zahlen 24 und 13.

Der Subtrahend ist die Differenz der Zahlen 27 und 14.

Sehr schön! [illegible]

24.8.2006

Antiproportionale Zuordnungen

Gehört bei einer Zuordnung
zum Doppelten, Dreifachen, Vierfachen, ...
der 1. Größe
die Hälfte, ein Drittel, ein Viertel, ...
der 2. Größe,
so heißt diese Zuordnung:
antiproportionale Zuordnung.

30.8.06

Graph einer antiproportionalen Zuordnung

Die Punkte des Graphen einer antiproportionalen Zuordnung liegen alle auf einer fallenden, "gekrümmten" Linie, die beide Koordinatenachsen nie berührt.
Sie heißt HYPERBEL.

23.8.06

Proportionalitätsfaktor

Bei einer proportionalen Zuordnung sind die Quotienten zugeordneter Größen gleich.

Der Quotient $\frac{\text{2. Größe}}{\text{1. Größe}}$ heißt Proportionalitätsfaktor.

Zuordnungsschrift

Die Zuordnungsschrift mit dem Proportionalitätsfaktor q lautet: $x \mapsto q \cdot x$.

Multiplizieren

Man nennt $3 \cdot 4 = 12$ ein Produkt.

1. Faktor 2. Faktor Produkt

Dividieren

$20 : 5 = 4$ ist ein Quotient.

Dividend Divisor Quotient

1.12.04

Potenzen:

Ein Produkt aus lauter gleichen Faktoren schreibt man kurz als Potenz.

$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \; (= 32)$

Basis (Grundzahl)   Exponent (Hochzahl)

2^5 (lies: 2 hoch 5)

Der Exponent gibt an, wie oft die 2 als Faktor auftritt.

17.8.2006

Der Graph einer proportionalen Zuordnung

Die Punkte, die zu einem Graphen einer proportionalen Zuordnung gehören, liegen alle auf einem Strahl. Dieser Strahl beginnt immer im Nullpunkt des Koordinatensystems.

18.8.2006

Beispiel für einen Dreisatz bei proportionalen Zuordnungen

500 Blätter wiegen 2500 g.
Wie viel g wiegen 377 Blätter?

:500	500 Blätter	2500 g	:500
·377	1 Blatt	5 g	·377
	377 Blätter	1885 g	

16.8.2006

Proportionale Zuordnungen

Bei einer proportionalen Zuordnung gilt:

1/ Eine Verdopplung (Verdreifachung, Vervierfachung, ...) der 1. Größe führt zu einer Verdopplung (Verdreifachung, Vervierfachung, ...) der 2. Größe.

2/ Eine Halbierung (Drittelung, Viertelung, ..) der 1. Größe führt zu einer Halbierung (Drittelung, Viertelung, ...) der 2. Größe.

2.12.04

1. goldene Regel der Mathematik

Durch 0 darf man niemals dividieren, das heißt, der Divisor darf niemals 0 sein.

Kommutativgesetz der Multiplikation 6.12.04

Für alle natürlichen Zahlen a und b gilt:

a · b = b · a

z.B: 2 · 3 = 2 · 3 = 6

Assoziativgesetz der Multiplikation

Für alle natürlichen Zahlen a, b und c gilt:

(a · b) · c = a · (b · c)

z. B: (2 · 4) · 5 = 2 · (4 · 5)
= 40

Graph einer Zuordnung 10.8.2006

Eine Zuordnung zwischen Größen kann man durch einen Graphen im Koordinatensystem darstellen.
Auf der x-Achse werden die Ausgangsgrößen makiert, auf der y-Achse die zugeordneten Größen.
Jedem Paar zugeordneter Größen entspricht ein Punkt.

14.8.2006

Wachsene und fallende Zuordnungen

Eine Zuordnung heißt
wachsend/fallend,
wenn bei einer Zunahme
der 1. Größe die 2. Größe
zunimmt/abnimmt.

Zuordnungen 9.8.2006

Bei einer Zuordnung wird jedem Wert aus einem vorgegebenen Bereich (Ausgangswerte) ein Wert aus einem anderen Bereich (zugeordnet Werte) zugeordnet.

Beispiel:

natürliche Zahl → Anzahl der Teiler dieser Zahl

natürliche Zahl	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Anzahl der Teiler	1	2	2	3	2	4	2	4	3	4	2	6	2	4	4	5	2	6	2

Kommutativgesetz und Assoziativgesetz gelten <u>nicht</u> für die Division

z.B.: $8:2=4$ $2:8=$ ergibt keine natürliche Zahl.

z.B.: $(18:6):3=3:3=1$

$18:(6:3)=18:2=9$

Distributivgesetz der Multiplikation

7.12.04

Für alle natürlichen Zahlen a, b und c gilt:

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

B.s.p: $5 \cdot (4 + 3) = 5 \cdot 4 + 5 \cdot 3 = 35$

$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$

B.s.p: $5 \cdot (4 - 3) = 5 \cdot 4 - 5 \cdot 3 = 5$

Relative Häufigkeiten

7.6.2006

Um Häufigkeiten gut vergleichen zu können,
betrachtet man ihren jeweiligen Anteil an der Gesamtzahl.
Diesen Anteil nennt man relative Häufigkeit.
Will man den Unterschied zwischen Häufigkeit und relativer Häufigkeit betonen,
so spricht man auch von absouluter Häufigkeit und relativer Häufigkeit.

So berechnet man die relative Häufigkeit:

$$\text{Relative Häufigkeit} = \frac{\text{absoulute Häufigkeit}}{\text{Gesamtzahl}}$$

Zentralwert / Median

18.5.2006

Der Zentralwert oder Median ist der Wert in der Mitte einer geordneten Rangliste.

So bestimmt man den Zentralwert:

(1) Ordne die Messwerte der Größe nach (→ Rangliste).

(2) Bestimme den Zentralwert (Median), indem du bei ...

2.a. ... einer ungeraden Anzahl von Werten den Wert in der Mitte der Rangliste wählst.

2.b. ... einer geraden Anzahl von Werten den arithmetischen Mittelwert aus den beiden mittleren Werten der Rangliste bildest.

PROZENT

1.6.2006

Anteile werden oft damit verglichen, dass man sie als Brüche mit dem Nenner 100 schreibt.

Für $\frac{p}{100}$ sagt man auch:

p Prozent und schreibt dafür $\boxed{p\,\%}$.

9.12.04

Beispiel für das schriftliche Dividieren:

$$
\begin{array}{l}
3.240 : 24 = 135 \\
\underline{24} \\
84 \\
\underline{72} \\
120 \\
\underline{120} \\
0
\end{array}
$$

13.12.04

2. goldene Regel der Mathematik

Punktrechnung geht vor Strichrechnung !!!

Berechnung von Termen:

Zuerst werden die Klammern ausgerechnet, dann beachte die 2. goldene Regel.

12.1.05

Die Quadratzahlen bis 20

$1^2 = 1$	$11^2 = 121$
$2^2 = 4$	$12^2 = 144$
$3^2 = 9$	$13^2 = 169$
$4^2 = 16$	$14^2 = 196$
$5^2 = 25$	$15^2 = 225$
$6^2 = 36$	$16^2 = 256$
$7^2 = 49$	$17^2 = 289$
$8^2 = 64$	$18^2 = 324$
$9^2 = 81$	$19^2 = 361$
$10^2 = 100$	$20^2 = 400$

15.5.2006

Verkettung von Abbildungen

1] Verkettet man zwei Verschiebungen, dann erhält man wieder eine Verschiebung.

2] Verkettet man zwei Drehungen um dasselbe Drehzentrum Z, dann erhält man wieder eine Drehung um dasselbe Zentrum Z.

17.5.2006

Arithmetischer Mittelwert

Der Arithmetische Mittelwert (oder kurz: das arithmetische Mittel) berechnet sich wie folgt:

$$\frac{\text{Summe aller Werte}}{\text{Anzahl der Werte}} = \overline{x}$$

Man addiert also zunächst alle Werte und dividiert anschließend diese Summe durch die Anzahl der Werte.

15.5.2006

Verkettung von Achsenspiegelungen

Verkettet man zwei Achsen-
spiegelungen,
so ergibt sich ...

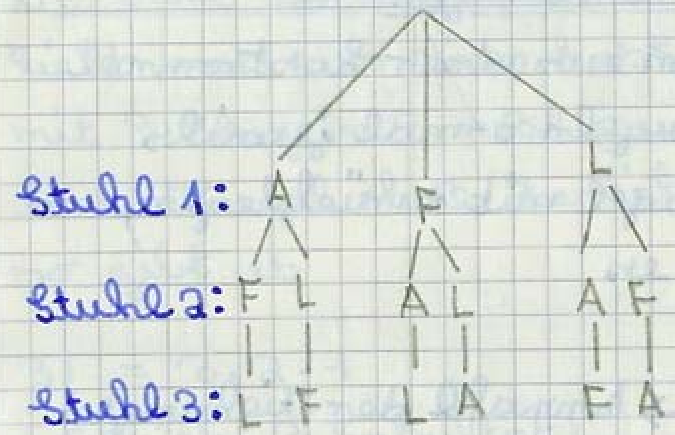
1] ... eine Verschiebung, wenn die beiden Spiegelachsen zueinander parallel sind,

2] ... eine Punktspiegelung (Halbdrehung), wenn die beiden Achsen senkrecht zweinander stehen,

3] ... eine Drehung, wenn die beiden Achsen sich schneiden. Der Schnittpunkt der beiden Achsen ist dann zugleich das Drehzentrum.

13.1.05

Beispiel für ein Baumdiagramm



A: Andreas

F: Fabian

L: Laura

Es gibt 6 Möglichkeiten der Sitzordnung.

14.1.05

Wir ziehen Kugeln aus einer Lostrommel ...

1] ... mit Zurücklegen

Zieht man aus einer Lostrommel mit 3 Kugeln 3-mal jeweils eine Kugel mit Zurücklegen, so gibt es

3^3 → Anzahl der Ziehungen
↓
Anzahl der Kugeln
= 27 Möglichkeiten

8.5.2006

Punktsymmetrie:

Figuren, die durch eine Punktspiegelung (Halbdrehung) auf sich selbst abgebildet werden können, nennt man punktsymmetrisch.

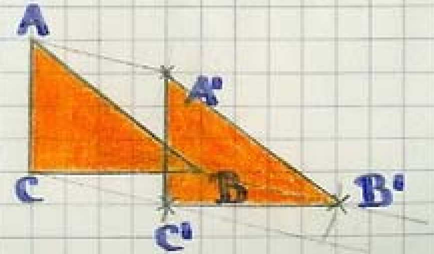
10.5.2006

Verschiebung

Bei einer Verschiebung wird jedem Punkt A, B, C ... ein Bildpunkt A', B', C' ... zugeordnet. Dabei gilt:

Die Pfeile von A nach A', B nach B', C nach C' usw ...

... sind zueinander parallel
... haben die gleiche Richtung
... haben die gleiche Länge



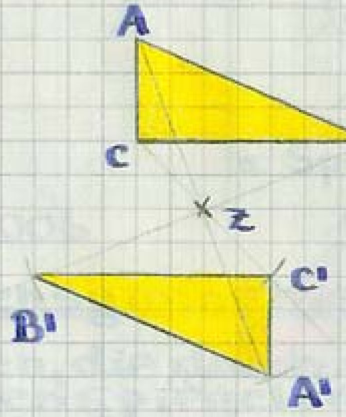
5.5.2006

Punktspiegelung

Bei einer Punktspiegelung an Z (Halbdrehung um Z) wird jedem Punkt P ein Bildpunkt P' zugeordnet. Dabei gilt:

(1) Ein Punkt P und sein Bildpunkt P' liegen auf einer Geraden durch Z.

(2) P und P' haben denselben Abstand zu Z.



Halbgerade
(Punktspiegelung)

2) ... ohne Zurücklegen

Zieht man aus einer Lostrommel mit 3 Kugeln 3-mal jeweils eine Kugel ohne Zurücklegen, so gibt es

$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1$
(sprich: 3 Fakultät)
$= 6$ Möglichkeiten

18.1.05

Aussagen:

Aussagen können wahr oder falsch sein. Unter einer Aussage verstehen wir einen Satz, der entweder wahr oder falsch ist.

18.1.05

Aussageformen:

Aussageformen enthalten Leerstellen. Aussageformen sind weder wahr noch falsch. Aussageformen werden zu Aussagen, wenn man in die Leerstellen Namen von geeigneten Dingen (z.B. Zahlen) einsetzt.

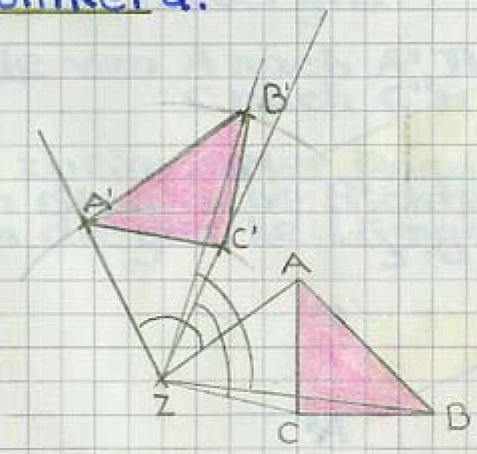
28.4.2006

Drehungen

Bei einer Drehung wird jedem Punkt P ein Bildpunkt P' zugeordnet. Dabei gilt:

1] Ein Punkt P und sein Bildpunkt P' liegen auf einem Kreis um das Drehzentrum Z.

2] Alle Punkte P und ihre Bildpunkte P' bilden mit Z denselben Drehwinkel α.



24.4.2006

Achsenspiegelung

Bei einer Achsenspiegelung wird jedem Punkt A ein Bildpunkt A' zugeordnet.
Dabei gilt:

(1) Die Verbindungsstrecke AA' ist <u>senkrecht</u> zur <u>Spiegelachse</u> a

(2) A und A' haben den selben Abstand von der Spiegelachse a

27.4.2006

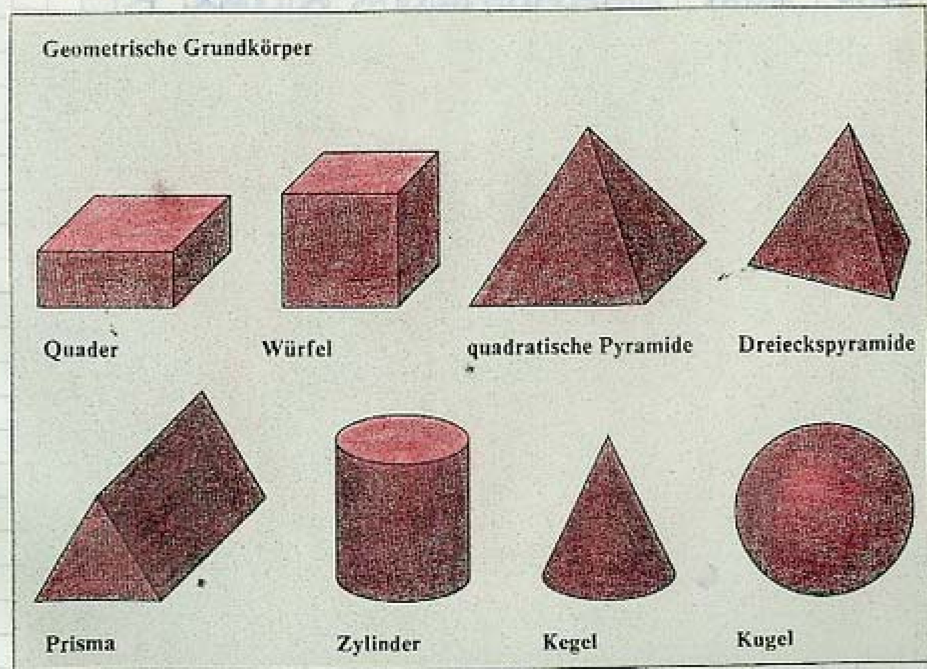
Achsensymmetrie

Figuren, die durch eine Achsenspiegelung auf sich selbst abgespiegelt werden, nennt man <u>achsensymmetrisch</u>. Die Achse der Spiegelung nennt man auch <u>Symmetrieachse</u> der Figur.

20.1.05

Wichtige geometrische Körper:

- Würfel
- Quader
- quadratische Pyramide
- Dreieckspyramide
- Prisma
- Zylinder
- Kegel
- Kugel



24.1.05

Strecken:

Eine Strecke ist eine gerade Linie, die von zwei Punkten begrenzt wird. Die beiden Punkte heißen Endpunkte der Strecke.

Die Strecke $\overline{AB}$ ist die Strecke mit den Endpunkten A und B. Sie ist die kürzeste Verbindung zwischen den Punkten A und B.

29.3.2006

Periodische Dezimalbrüche

Wandelt man Brüche mit Hilfe der Division um, so erhält man entweder

- abbrechende (endliche) Dezimalbrüche oder
- periodische Dezimalbrüche

Beispiel:

$\frac{1}{3} = 0,\overline{3}$ (sprich: „Null Komma Periode drei")

$\frac{7}{11} = 0,\overline{63}$

$\frac{29}{110} = 0,2\overline{63}$

Super! / Py

16.3.2006

Multiplizieren von Dezimalbrüchen

(1) Multipliziere zuerst, ohne auf das Komma zu achten.

(2) Setze am Ende das Komma, dass das Produkt ebenso viele Stellen nach dem Komma hat wie die beiden Faktoren zusammen.

20.3.2006

Dividieren durch eine natürliche Zahl

1) Dividiere den Dezimalbruch wie durch eine natürliche Zahl.

2) Setze beim Überschreiten des Kommas beim Quotienten ein Komma.

22.3.2006

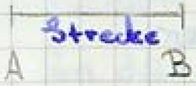
Dividieren durch einen Dezimalbruch

(1) Verschiebe das Komma bei beiden Zahlen so weit in die gleiche Richtung, bis der Divisor eine natürliche Zahl ist.

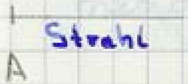
(2) Führe nun nach der bekannten Regel die Division aus.

25.1.05

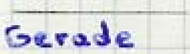
Strecke, Strahl und Gerade



Eine Strecke ist von zwei Punkten begrenzt (das heißt, sie hat einen Anfangs- und einen Endpunkt).



Ein Strahl (eine Halbgerade) hat einen Anfangspunkt, aber keinen Endpunkt.



Eine Gerade hat keinen Anfangspunkt und keinen Endpunkt.

28.1.05

parallele Geraden

Zwei Geraden, die keinen Schnittpunkt haben, heißen zueinander parallel. Die Geraden liegen dabei in einer Ebene. Man schreibt: $g \parallel h$

Zueinander parallele Geraden heißen auch Parallelen.

9.3.2006

Addieren und Subtrahieren von Dezimalbrüchen

① Schreibe die Dezimalbrüche so untereinander, dass Komma unter Komma steht.

② Addiere bzw. subtrahiere stellenweise.

15.3.2006

Multiplizieren und Dividieren mit Zehnerzahlen

Multipliziert man einen Dezimalbruch mit 10(100,1000,...), so setzt man das Komma um 1(2,3,...) Stellen nach rechts.

Dividiert man einen Dezimalbruch durch 10(100,1000,...), so setzt man das Komma um 1(2,3,...) Stellen nach links.

2] Bei einer jeweils gleichen Zahl vor dem Komma ist die jenige Zahl die größere Zahl, die nach dem Komma von links gelesen zuerst eine größere Ziffer hat.

8.3.2006

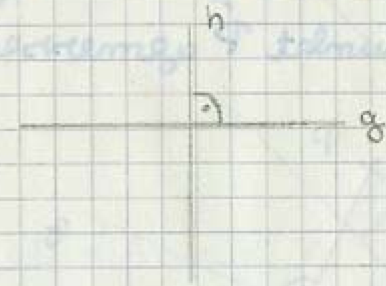
Runden

Vor dem Runden muss man wissen, wie viele Stellen nach dem Komma die gerundete Zahl haben soll.
Ist die erste wegzulassende Stelle (Stelle rechts von der zu rundenen Stelle) eine 0,1,2,3 oder 4,
so wird abgerundet,
ist sie eine 5,6,7,8 oder 9,
so wird aufgerundet.

1.2.05

Zueinander senkrechte Geraden

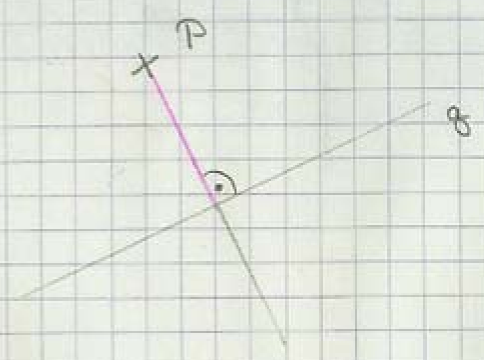
Liegen zwei Geraden g und h wie in der Zeichnung zueinander, so sagt man: g ist senkrecht zu h. (g ist orthogonal zu h.)
In der Zeichnung wird es durch das Zeichen hervorgehoben.
Man schreibt: $g \perp h$.



3.2.05

Abstand eines Punktes P von einer Geraden g

Der Abstand eines Punktes P von einer Geraden g ist die kürzeste Entfernung zwischen der Geraden g und dem Punkt P. Er wird entlang der Senkrechten zur Geraden g durch den Punkt P gemessen.



1.3.2006

Dezimalbrüche

Zahlen mit einem Komma heißen Dezimalbrüche.

Stellentafel

H	Z	E	z	h	t	zt

6.3.2006

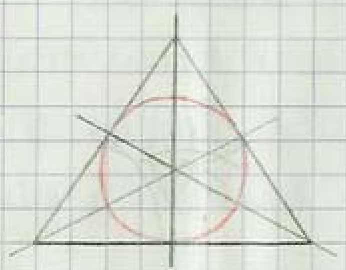
Vergleiche von Dezimalbrüchen

1] Man vergleicht zunächst die Zahl vor dem Komma:
Die jenige Zahl, die die größere Zahl vor dem Komma stehen hat, ist die Größere.

13.2.2006

Inkreis

In jedem Dreieck schneiden sich die Winkelhalbierenden in einem Punkt.
Dieser liegt - im Gegensatz zum Schnittpunkt der Mittelsenkrechten immer <u>innerhalb</u> des Dreiecks.
Dieser Punkt ist der Mittelpunkt des <u>Inkreises</u> des Dreiecks.



10.2.05

<u>Abstand zweier Parallelen g und h</u>

Der Abstand zweier Parallelen g und h ist die Länge der zu g und h senkrechten Verbindungsstrecken.

14.2.05

Koordinatensystem

Die Lage von Punkten gibt man mit Hilfe eines Koordinatensystems an.
Das Koordinatensystem besteht aus zwei zueinander senkrechten Achsen:
Der x-Achse und der y-Achse.

P (4 | 2)

x Koordinate

y Koordinate

10.2.2006

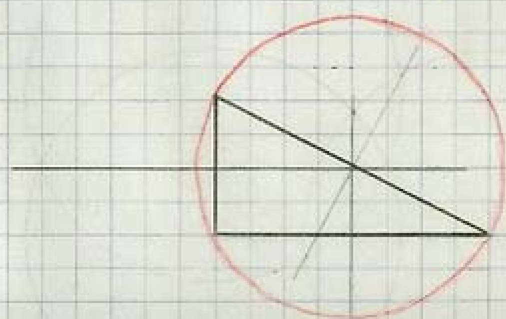
Umkreis eines Dreiecks

Die Mittelsenkrechte der drei Seiten in einem Dreieck schneiden sich alle in einem Punkt.
Dieser Punkt ist der Mittelpunkt des Umkreises des Dreiecks.
Er liegt ...

1] ... innerhalb des Dreiecks,
falls das Dreieck drei spitze Winkel hat,

2] ... auf einer Dreiecksseite,
falls das Dreieck rechtwinklig ist,

3] ... außerhalb des Dreiecks,
falls es einen stumpfen Winkel hat.

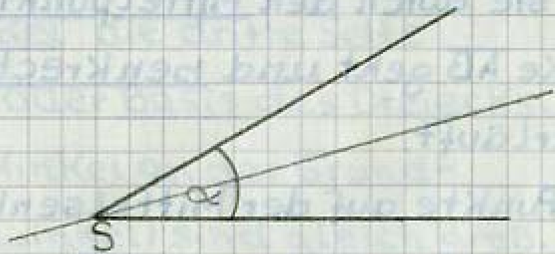


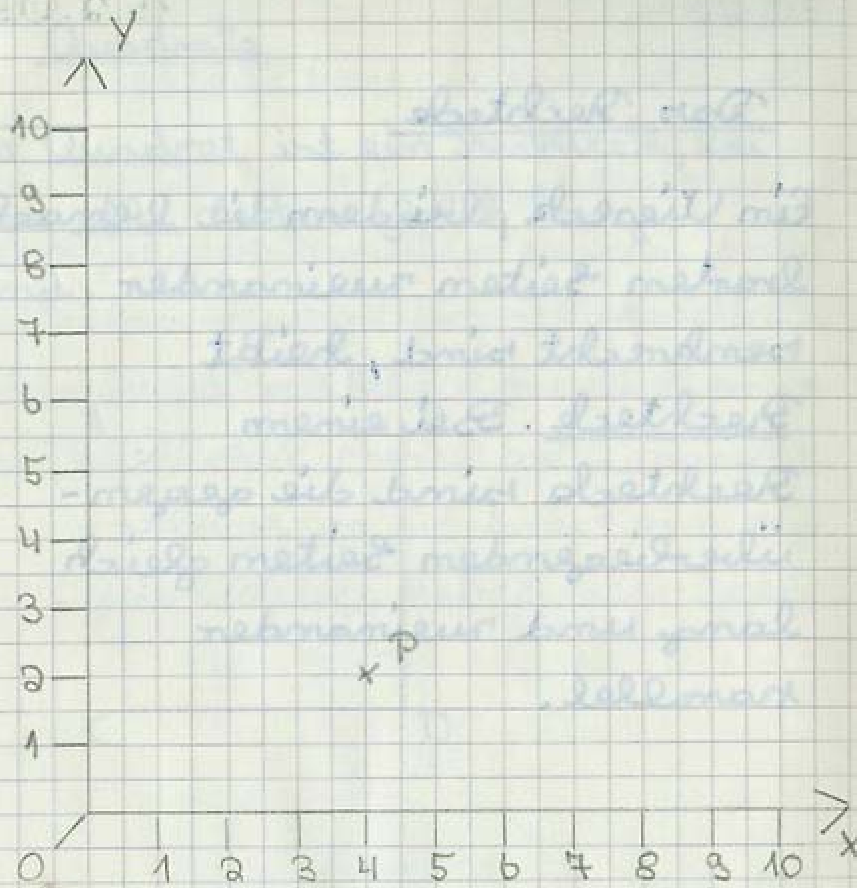
6.2.2006

Die Winkelhalbierende

Eine Gerade w heißt Winkelhalbierende eines Winkels α, wenn sie der Winkel α halbiert.

Alle Punkte auf der Winkelhalbierender haben von den beiden Schenkeln des Winkels denselben Abstand.

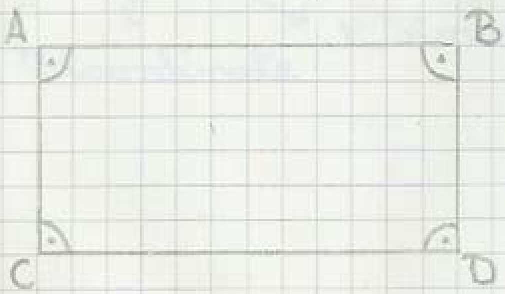




15.2.05

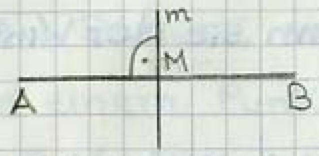
Das Rechteck

Ein Viereck, bei dem die benachbarten Seiten zueinander senkrecht sind, heißt Rechteck. Bei einem Rechteck sind die gegenüberliegenden Seiten gleich lang und zueinander parallel.



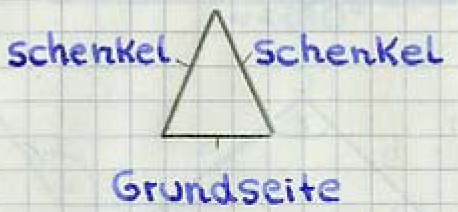
3.2.2006

Die Mittelsenkrechte



Eine Gerade m heißt Mittelsenkrechte einer Strecke $\overline{AB}$,
wenn sie durch den Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$ geht und senkrecht zu $\overline{AB}$ verläuft.
Alle Punkte auf der Mittelsenkrechten sind von den Endpunkten A und B der Strecke gleich weit entfernt.

2. gleichschenkliges Dreieck



Ein Dreieck mit zwei gleich langen Seiten heißt gleichschenkliges Dreieck.

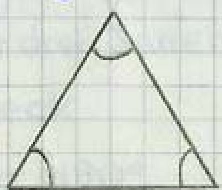
Die beiden gleich langen Seiten nennt man Schenkel, die dritte Seite Grundseite oder Basis des Dreiecks.

Die beiden Winkel an der Grundseite (Basiswinkel) sind gleich groß.

3. gleichseitiges Dreieck

Ein Dreieck, bei dem alle Seiten gleich lang sind, heißt gleichseitiges Dreieck.

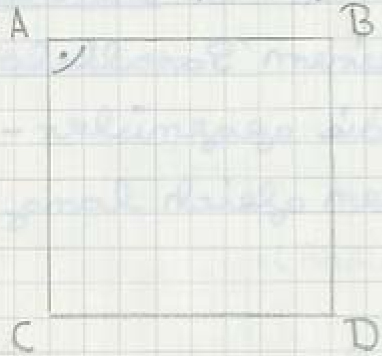
In einem gleichseitigen Dreieck sind alle Winkel gleich groß, nämlich 60°.



18.2.05

Quadrate

Ein Quadrat ist ein Rechteck, bei dem alle Seiten gleich lang sind.

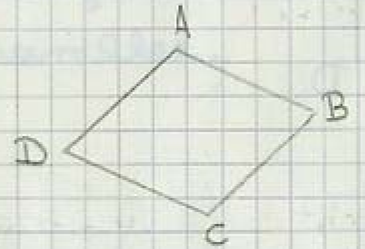


21.2.05

Parallelogramm und Raute:

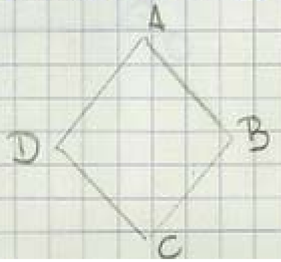
1/ Parallelogramm:

Sind in einem Viereck die gegenüberliegenden Seiten zueinander parallel, so heißt es Parallelogramm. In einem Parallelogramm sind die gegenüberliegenden Seiten gleich lang.



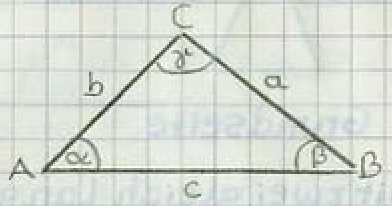
2/ Raute:

Ein Parallelogramm mit vier gleich langen Seiten nennt man Raute.



30.1.2006

Bezeichnungen beim Dreieck:



1.2.2006

Winkelsumme im Viereck

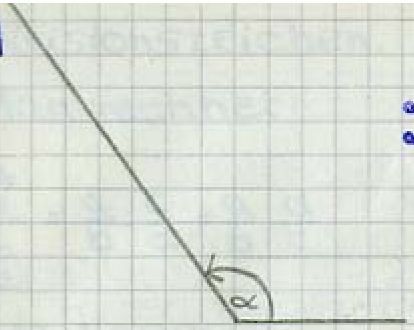
Die Winkelsumme im Viereck beträgt immer 360°.

Besondere Dreiecke

1. rechtwinkliges Dreieck:

Ein Dreieck mit einem rechten Winkel nennt man ein rechtwinkliges Dreieck.

3]



$\alpha > 90°$, $\alpha < 180°$: stumpfer Winkel

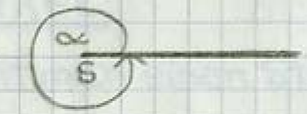
4]

$\alpha = 180°$: gestreckter Winkel

5]

$\alpha > 180°$ und $\alpha < 360°$: überstumpfer Winkel

6]



$\alpha = 360°$: Vollwinkel

7] Einen Winkel mit 0° nennt man Nullwinkel.

30.1.2006

Dreiecke

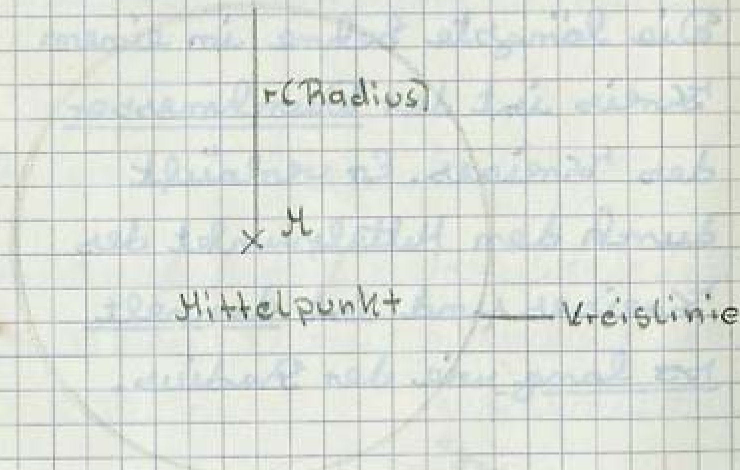
Winkelsummensatz

Die Summe der drei Innenwinkel in einem Dreieck beträgt immer 180°.

22.2.05

Kreise

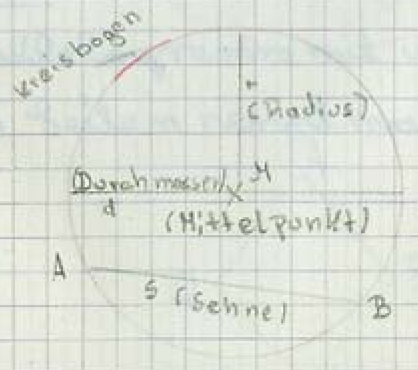
Bei einem Kreis haben alle Punkte der Kreislinie vom Mittelpunkt denselben Abstand. Dieser Abstand heißt Radius des Kreises.



24.2.05

Andere wichtige Begriffe des Kreises

Ein Kreisstück einer Kreislinie heißt Kreisbogen. Die Verbindungsstrecke zu zwei Punkten A und B auf der Kreislinie heißt Sehne. Die längste Sehne in einem Kreis ist der Durchmesser des Kreises. Er verläuft durch den Mittelpunkt des Kreises und ist doppelt so lang wie der Radius.



20.1.2006

NAMEN FÜR WINKEL:

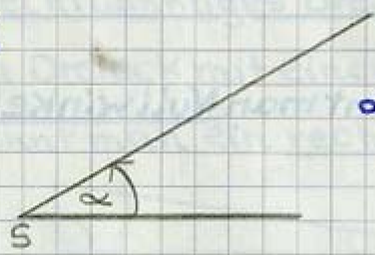
α : Alpha
β : Beta
γ : Gamma
δ : Delta
ε : Epsilon

24.1.2006

Einteilung der Winkel

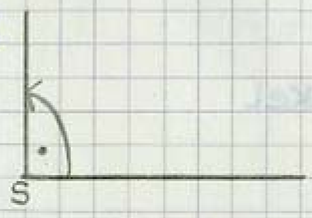
Die Größe eines Winkels liegt zwischen 0° und 360°.

1]



$\alpha < 90°$: spitzer Winkel

2]



$\alpha = 90°$: rechter Winkel

Divisionszeichen.

Man rechnet:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

19.1.2006

WINKEL

Winkel werden in Grad (°) angegeben. Den 360 Teil einer Kreisskala nennt man 1 Grad (1°).

20.1.2006

WINKEL

Dreht man einen Strahl (eine Halbgerade) um ihren Anfangspunkt, so entsteht ein Winkel.

S heißt dabei Scheitel oder Scheitelpunkt des Winkels.

g und h heißen Schenkel des Winkels.

9.3.05

Symmetrie:

Figuren, deren Teile sich beim Falten genau decken, heißen (achsen-) symmetrisch. Die Faltgerade heißt Symmetrieachse.

14.3.05

Längeneinheiten

Die Grundeinheit der Längenmessung ist Meter (m). Weitere Längeneinheiten sind:

Kilometer (km) : 1 km = 1000 m

Dezimeter (dm) : 1 m = 10 dm

Zentimeter (cm) : 1 dm = 10 cm

Millimeter (mm) : 1 cm = 10 mm

4.4.05

Geldwerte

Bei Geldwerten trennt das Komma die Einheiten Euro (€) und Cent (ct) voneinander.

1€ = 100 ct

5€ 45 ct = 5,45 €

11.1.06

KEHRBRUCH:

Vertauscht man bei einem Bruch Zähler und Nenner, so erhält man seinen KEHRBRUCH (oder Kehrwert)

$\frac{b}{a}$ ist der Kehrbruch des Bruches $\frac{a}{b}$. $(a,b \neq 0)$

Division:

Man dividiert zwei Brüche, indem man den Dividenten mit dem Kehrbruch des Divisors multipliziert.

$\frac{m}{r} : \frac{a}{c} = \frac{m}{r} \cdot \frac{c}{a} \quad (r, c, a \neq 0)$

13.1.2006

DOPPELBRÜCHE

Ein Term der Form $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ $(b, c, d \neq 0)$ heißt Doppelbruch.

Den langgezogenen oder auch dicker geschriebenen Bruchstrich nennt man Hauptbruchstrich. Dieser ersetzt das

9.12.05

RECHENGESETZE DER MULTIPLIKATION BEI BRUCHZAHLEN

Für alle $\frac{z}{n}, \frac{l}{d}, \frac{r}{a}$ gilt:

1] KOMMUTATIVGESETZ:

$\frac{z}{n} \cdot \frac{l}{d} = \frac{l}{d} \cdot \frac{z}{n} \quad (n \neq 0, d \neq 0)$

2] ASSOZIATIVGESETZ:

$\left(\frac{z}{n} \cdot \frac{l}{d}\right) \cdot \frac{r}{a} = \frac{z}{n} \cdot \left(\frac{l}{d} \cdot \frac{r}{a}\right) (n \neq 0, d \neq 0, a \neq 0)$

3] DISTRIBUTIVGESETZ:

$\frac{z}{n} \cdot \left(\frac{l}{d} + \frac{r}{a}\right) = \frac{z}{n} \cdot \frac{l}{d} + \frac{z}{n} \cdot \frac{r}{a} (n \neq 0, d \neq 0, a \neq 0)$

$\frac{z}{n} \cdot \left(\frac{l}{d} - \frac{r}{a}\right) = \frac{z}{n} \cdot \frac{l}{d} - \frac{z}{n} \cdot \frac{r}{a} (n \neq 0, d \neq 0, a \neq 0, \frac{l}{d} \geq \frac{r}{a})$

6.4.05

Gewichte:

Die Grundeinheit des Gewichtes ist das Gramm (1 g). Für größere Gewichte verwendet man Kilogramm (1 kg) oder Tonne (1 t), für kleinere Gewichte Milligramm (1 mg).

Umrechnungen:

Die Umrechnungszahl zwischen den Einheiten ist bei Gewichten 1000.

1 t = 1000 kg

1 kg = 1000 g

1 g = 1000 mg

Weitere Einheiten für Gewichte:

Pfund: 1 Pfd = 500 g

Zentner: 1 Ztr = 50 kg

12.4.05

Die Zeit

Die Grundeinheit der Zeitmessung ist die Sekunde (1s). Für längere Zeitdauern benutzt man Minuten (1 min), Stunden (1h) oder Tage (1 d).

Umrechnungen:

1 d = 24 h = 1440 min

1 h = 60 min = 3600 s

1 min = 60 s

$\frac{1}{2}$ h bedeutet die Hälfte von 60 min, also 60 min : 2 = 30 min

$\frac{1}{4}$ h bedeutet der 4 Teil von 60 min, also 60 min : 4 = 15 min

$\frac{3}{4}$ h bedeutet 3 mal $\frac{1}{4}$ h, also 3.15 min = 45 min

1.12.05

MULTIPLIKATION EINES BRUCHES MIT EINER NATÜRLICHEN ZAHL

1] Multipliziere den Zähler des Bruch mit der natürlichen Zahl.

2] Behalte den Nenner des Bruche bei.

$$a \cdot \frac{z}{n} = \frac{a \cdot z}{n} \quad (n \neq 0)$$

2.12.05

MULTIPLIKATION ZWEIER BRÜCHE

$$\frac{z}{n} \cdot \frac{f}{a} = \frac{z \cdot f}{n \cdot a} \quad (n \neq 0, a \neq 0)$$

Multipliziere Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner.

17.11.05

Addition und Subtraktion von Brüchen mit ungleichen Nennern!

1] Erweitere die Brüche auf den Hauptnenner.

2] Addiere bzw. subtrahiere die dann entstandenen Brüche mit gleichem Nenner nach der bekannten Regel.

24.11.05

Rechengesetz der Addition bei Bruchzahlen

1] Kommutativgesetz!

Für alle Bruchzahlen $\frac{z}{n}$ und $\frac{y}{r}$ gilt!

$(n \neq 0, r \neq 0)$ $\frac{z}{n} + \frac{y}{r} = \frac{y}{r} + \frac{z}{n}$

2] Assoziativgesetz!

Für alle Bruchzahlen $\frac{z}{n}$, $\frac{L}{d}$ und $\frac{c}{r}$ gilt!

$(n \neq 0, d \neq 0, r \neq 0)$

$\left(\frac{z}{n} + \frac{L}{d}\right) + \frac{c}{r} = \frac{z}{n} + \left(\frac{L}{d} + \frac{c}{r}\right)$

14.4.05

Zeitpunkte und Zeitspannen (Zeitdauern)

Eine Zeitspanne (Zeitdauer) gibt an, wie lange etwas dauert, zum Beispiel dauert eine Schulstunde 45 Minuten. Ein Zeitpunkt gibt an, wann etwas beginnt oder endet, zum Beispiel beginnt der Unterricht am Gymnasium am Moltkeplatz um 8.05 Uhr.

25.4.05

Der Flächeninhalt

Zwei Flächen haben denselben Flächeninhalt, wenn man sie in gleich große und gleich viele Teilflächen zerlegen kann.

26.4.05

Maßeinheiten bei Flächeninhalten

Zum Messen von Längen benutzt man als Maßeinheit 1mm, 1cm, 1dm, 1m, 1km. Entsprechend werden Flächeninhalte mit Quadraten gemessen, deren Seiten 1mm, 1cm, 1dm, 1m usw. lang sind.

Hat ein Quadrat die Seitenlänge:	So heißt sein Flächeninhalt:
1 mm	$1mm^2$ (Lies: Quadratmillimeter hoch 2
1 cm	$1cm^2$ (Lies: Quadratzentimeter hoch 2
1 dm	$1dm^2$ (Lies: Quadratdezimeter hoch 2
1 m	$1m^2$ (Lies: Quadratmeter hoch 2)
10 m	$1a^2$ (Lies: Ar)
100 m	$1ha^2$ (Lies: Hektar)
1 km	$1km^2$ (lies: Quadratkilometer hoch 2)

16.11.05

Addition und Subtraktion von Brüchen mit gleichem Nenner

Addition

1] Addiere die Zähler

2] Der Nenner bleibt gleich

$\frac{z}{n}+\frac{r}{n}=\frac{z+r}{n} \quad (n \neq 0)$

Subtraktion

1] Subtrahiere die Zähler

2] Der Nenner bleibt gleich

$\frac{z}{n}-\frac{r}{n}=\frac{z-r}{n} \quad (n \neq 0, z \geq r)$

17.11.05

Hauptnenner:

Der Kleinstmögliche gemeinsame Nenner mehrerer Brüche ist das Kleinste gemeinsame Vielfache (KgV) ihrer Nenner. Dieser heißt Hauptnenne

8.11.05

Bruchzahlen vergleichen :

Erweitere oder kürze (falls nötig) so, dass du entweder Brüche mit gleichem Nenner oder Brüche mit gleichem Zähler erhälst.

Haben die Brüche den gleichen Nenner, dann gehört der Bruch mit dem größerem Zähler zur größeren Bruchzahl. Sind die Zähler gleich, dann gehört der Bruch mit dem kleinerem Nenner zur größeren Bruchzahl.

Schön! | P7

28.4.05

Umrechnen von Flächeneinheiten

Die Umrechnungszahl bei den Flächeneinheiten ist die 100.

$1 cm^2 = 100 mm^2$

$1 dm^2 = 100 cm^2$

$1 m^2 = 100 dm^2$

$1 a = 100 m^2$

$1 ha = 100 a$

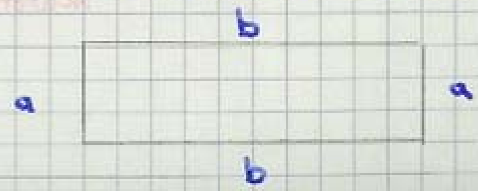
$1 km^2 = 100 ha$

2.5.05

Der Umfang des Rechtecks

Den Umfang U eines Rechtecks berechnet man, indem man alle 4 Seiten addiert:

$U = a + a + b + b = 2 \cdot a + 2 \cdot b$

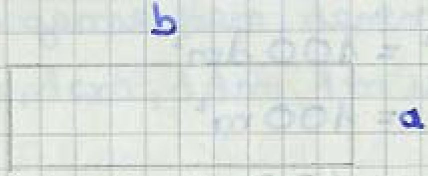


2.5.05

Der Flächeninhalt des Rechtecks

Den Flächeninhalt A eines Rechtecks berechnet man, indem man die Seite a und die Seite b miteinander multipliziert:

$A = a \cdot b$

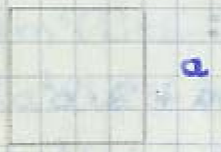


3.5.05

Flächeninhalt und Umfang eines Quadrates

1] Flächeninhalt: $A = a \cdot a = a^2$

2] Umfang: $U = 4 \cdot a$



Hervorragend! R

28.10.05

Bruchzahlen:

Zahlen, die man durch Brüche angeben kann, heißen Bruchzahlen. Eine Bruchzahl kann durch verschiedene Brüche angegeben werden. Jede natürliche Zahl ist gleichzeitig auch eine Bruchzahl. Die Bruchzahlen bilden zusammen die Menge $\mathbb{B}$.

3.11.05

Bruchzahlen als Quotienten natürlicher Zahlen

Der Quotient zweier natürlichen Zahlen z und n ist gleich der Bruchzahl $\frac{z}{n}$.

Also: $z : n = \frac{z}{n}$ $(n \neq 0)$

z.B.: $5 : 7 = \frac{5}{7}$

20.10.05

Erweitern von Brüchen

Multipliziere den Zähler und den Nenner des Bruches mit derselben Zahl ($\neq 0$).

Das Erweitern eines Bruches ändert nicht die Größe des Bruchteils.

21.10.05

Kürzen

Dividiere Zähler und Nenner eines Bruches durch dieselbe natürliche ($\neq 0$) Zahl.

Auch das Kürzen eines Bruches verändert nicht die Größe des Bruchteils.

26.10.05

Gemischte Zahlen

Eine gemischte Zahl (oder gemischter Bruch) ist eine Summe aus einem Ganzanteil (das heißt einer natürlichen Zahl) und einem Bruchanteil.

Beispiel: $2\frac{3}{4}$

17.5.05

Rauminhalt und Volumen

Durch Zerlegen eines Körpers in gleiche Teilkörper (z.B. in gleich große Würfel) kann man seinen Rauminhalt (sein Volumen) bestimmen.

18.5.05

Raumeinheiten

Hat ein Würfel die Kantenlänge:	so heißt sein Rauminhalt:
1 mm	1 mm^3 (Lies: Kubikmillimeter)
1 cm	1 cm^3 (Lies: Kubikzentimeter)
1 dm	1 dm^3 (Lies: Kubikdezimeter)
1 m	1 m^3 (Lies: Kubikmeter)
1 Km	1 Km^3 (Lies: Kubikkilometer)

19.5.05

Raumeinheiten

Die Umrechnungszahl bei den Raumeinheiten ist die 1.000.

$1 cm^3 = 1.000 mm^3$

$1 dm^3 = 1.000 cm^3$

$1 m^3 = 1000 dm^3$

$1 Km^3 = 1.000.000.000 m^3$

Bei Flüssigkeiten verwendet man anstatt dm^3 und cm^3 die Einheiten Liter (l) und Milliliter (ml).

$1 l = 1 dm^3$

$1 l = 1.000 ml$

$1 ml = 1 cm^3$

29.9.05

Zusammengesetzte Bruchteile

$\frac{z}{n}$ eines Ganzen bedeutet:

Teile das Ganze in n gleich große Teile und nimm z von diesen Teilen.

$\frac{z}{n}$ nennt man einen Bruch, z heißt <u>Zähler</u>, n heißt <u>Nenner</u> des Bruches.

<u>Beispiel:</u>

← $\frac{3}{4}$ der Pizza

18.9.05

Anteile

Der Anteil $\frac{3}{8}$ von 24€ bedeutet:

Dividiere die 24€ durch den <u>Nenner</u> 8 und multipliziere anschließend das Ergebnis (den Quotienten) mit dem <u>Zähler</u> 3.

24€ : 8 = 3€

3€ · 3 = <u>9€</u>

Der Anteil $\frac{3}{8}$ von 24€ beträgt 9€.

28.9.05

Bruchrechnung

Teilt man ein Ganzes in 2 oder 3 oder 4 u.s.w. gleich große Teile; so erhält man

2 Halbe bzw.

3 Drittel bzw.

4 Viertel bzw. des Ganzen

(u.s.w.)

Teilt man ein Ganzes in n gleich große Teile, so heißt jeder Teil $\frac{1}{n}$ des Ganzen.

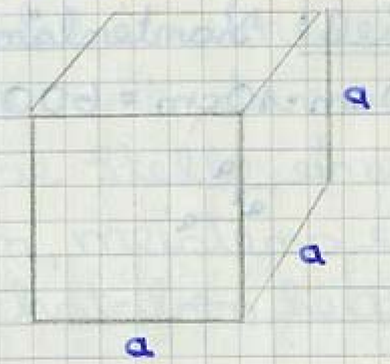
Beispiel:

$\frac{1}{4}$ der Pizza

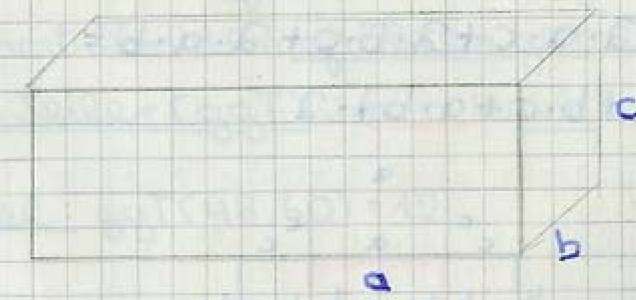
23.5.05

Wichtige Volumenformeln!

1) Würfel: $V = a \cdot a \cdot a = a^3$



2) Quader: $V = a \cdot b \cdot c$



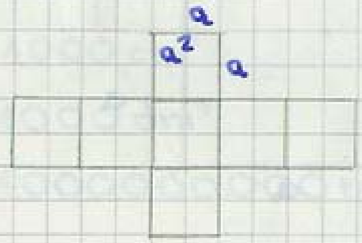
27.5.05

Der Oberflächeninhalt O

1) Der Würfel: $O = 6 \cdot a \cdot a = 6 \cdot a^2$

Beispiel: Kantenlänge $a = 10\,cm$

$O = 6 \cdot 10\,cm \cdot 10\,cm = 600\,cm^2$

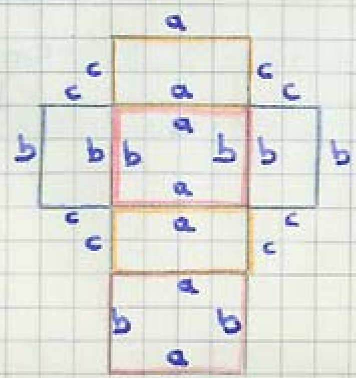


30.5.05

Der Oberflächeninhalt eines Quaders

$O = 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot b =$

$(a \cdot c + b \cdot c + a \cdot b) \cdot 2$



13.9.05

Teilerfremde Zahlen

Zwei Zahlen heißen zueinander **teilerfremd**, wenn der ggT der beiden Zahlen 1 beträgt.

14.9.05

Kleinstes gemeinsames Vielfaches

Unter den gemeinsamen Vielfachen zweier Zahlen a und b gibt es ein kleinstes. Man nennt es das **kleinste gemeinsame Vielfache (kgV)** von a und b.

Beispiel: $kgV(20, 25) = 100$

31.8.05

Primzahlen

Eine natürliche Zahl mit genau 2 Teilern heißt **Primzahl**. Diese Teiler sind 1 und die Zahl selbst. Die ersten Primzahlen sind:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23

1.9.05

Primfaktorzerlegung

Jede natürliche Zahl, die größer als 1 ist, ist entweder eine Primzahl oder lässt sich in ein Produkt aus lauter Primzahlen zerlegen. Die Faktoren nennt man Primfaktoren, das Produkt heißt Primfaktorzerlegung.

Beispiel:

$$\begin{aligned} 1000 &= 2 \cdot 500 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 250 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 125 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 25 \cdot 5 \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \\ &= 2^3 \cdot 5^3 \end{aligned}$$

20.6.05

Gleichungen mit einer Variablen

Ist eine Zahl in einer Gleichung unbekannt, dann schreibt man an diese Stelle einen Buchstaben, meistens ein x. Diese Buchstaben heißen **Variablen**.

2.9.05

größter gemeinsamer Teiler (ggT)

Unter den gemeinsamen Teilern zweier Zahlen a und b gibt es einen größten. Man nennt ihn den **größten gemeinsamen Teiler (ggT)** von a und b.

Beispiel: ggT(48, 60) = 12

23.8.05

Teiler!

Wenn man eine Zahl n durch eine Zahl t ohne Rest dividieren kann, so sagt man t ist Teiler von n.
Oder: t teilt n.

Beispiel: 9 ist ein Teiler von 36, denn 36 : 9 = 4

25.8.05

Teilbarkeitsregeln

Eine Zahl ist teilbar durch ...

... 10, wenn ihre letzte Ziffer (Einerziffer) eine 0 ist,

... 5, wenn ihre letzte Ziffer eine 0 oder eine 5 ist,

... 2, wenn ihre letzte Ziffer eine 0, 2, 4, 6, 8 (gerade Zahl) ist.

26.8.05

Teilbarkeitsregeln

Eine Zahl ist teilbar durch ...

... 4, wenn die letzten beiden Ziffern durch 4 teilbar sind,

... 8, wenn die letzten drei Ziffern durch 8 teilbar sind,

... 3, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist,

... 9, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist,

... 6, wenn sie durch 2 und durch 3 teilbar ist.