Gymnasium am Moltkeplatz

Gemeinsam. Mehr erreichen.

Curriculum Mathematik Sek. II

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Zur besseren Lesbarkeit verwenden wir für unser Fachcurriculum die Form Schüler / Lehrer. Damit sind weibliche, männliche und diverse SchülerInnen und LehrerInnen gemeint.

Das Fach Mathematik nimmt als Fach der Fächergruppe I eine wesentliche Stellung im Fächerkanon unseres Gymnasiums ein. Dabei sind uns die unterschiedlichen Aspekte des Faches sehr wichtig:

Einerseits ist es für uns wesentlich, Mathematik als vielschichtige Wissenschaft zu vermitteln: Zum einen den fachimmanenten logischen Aufbau der Mathematik, die ohne Ausnahmen auf drei Grundaxiomen aufgebaut ist, zum anderen aber auch die vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten in sehr vielen unterschiedlichen Lebensbereichen und Wissenschaftsfeldern. Beide Aspekte werden von uns in unserem Unterricht gleichberechtigt behandelt. Lebensnahe Anwendungsbeispiele werden bevorzugt aus dem Bereich der MINT-Fächer ausgewählt. Damit leisten wir sowohl einen wichtigen Beitrag zur Umsetzung des Leitbildes des Gymnasiums am Moltkeplatz: „Gemeinsam. Mehr erreichen“ als auch zur Stärkung des MINT-Profils.

Besonders wichtig sind für uns Basiskompetenzen und Kulturtechniken, die die Schüler ohne Hilfsmittel ausführen sollen: Als Beispiele sind in diesem Zusammenhang die Bruchrechnung oder der korrekte Umgang mit algebraischen Termen oder Gleichungen zu nennen. Sie haben auch eine zentrale Bedeutung als Grundlage für die Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten im MINT-Bereich.

Darüber hinaus ist es für uns ein zentrales Ziel, bei den Schülern mathematische Denkstrukturen und ein logisches Verständnis für Zusammenhänge zu entwickeln. Dadurch werden sie in die Lage versetzt, diese mathematischen Aspekte als eine von mehreren Lösungsansätzen von Problemen dieser Welt zu sehen und sie bei ihrer Argumentation zu verwenden. Dies sehen wir als eine wesentliche Argumentations- und Handlungskompetenz.

1. Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit

Das Gymnasium am Moltkeplatz wird von ca. 650 Schülerinnen und Schülern besucht und ist eine Schule im städtischen Raum. Der Großteil der Schülerschaft kommt mit dem Fahrrad zur Schule, einzelne SchülerInnen kommen mit den öffentlichen Verkehrsmitteln zur Schule.

Das Gymnasium am Moltkeplatz wird dem **Standorttyp 3** zugeordnet. Es befindet sich am Rande der Innenstadt im Stadtteil Cracau. Das Einzugsgebiet der Schule umfasst sowohl Teile der Innenstadt als auch innerstädtische Randlagen, welche als bevorzugte Wohnlagen bezeichnet werden können. Die meisten SchülerInnen stammen aus den Stadtteilen Bockum, Traar, Verberg und Oppum. Einzelne SchülerInnen kommen aus Fischeln.

Die Stadt Krefeld ist eine **mittlere Großstadt** am linken Niederrhein mit direktem Anschluss an den Wirtschaftsraum Ruhrgebiet und Düsseldorf / Rheinschiene. Aufgrund der Lage des Gymnasiums besteht ein Wettbewerb zwischen allen Gymnasien innerhalb der Stadt Krefeld, zu denen das Ricarda-Huch-Gymnasium, Fabritianum und das Hannah-Arendt-Gymnasium zählen, wobei hierbei das erste genannte in unmittelbarer Nähe zum Gymnasium am Moltkeplatz liegt.

Stundentafel

Jg.	5	6	7	8	9	10	EF	Q1		Q2	
WS	4	5	4	3	3	3	3	GK 3	LK 5	GK 3	LK 5

Zusätzliche Unterrichtsangebote:

Klasse 5: eine Wochenstunde Förderunterricht
Jahrgangsübergreifend: eine Wochenstunde Förderunterricht für Kadersportler
Klasse 5 bis 8: eine Wochenstunde Knobel-AG
Klasse 10 / 11: zwei Stunden Vertiefungskurs Mathematik

Lehrkräfte:

Hanka Freund (SI / SII): Mathematik, Chemie, Informatik
Christine Geulmann (SI): Mathematik, SII: evangelische Religion, Chemie
Manuela Krause (SI / SII): Mathematik, Geschichte
Christian Lindner (SI / SII): Mathematik, Physik
Bernhard Meskendahl (SI / SII): Mathematik, Physik
Sebastian Olschak (SI / SII): Mathematik, Physik
Martin Pyschik (SI / SII): Mathematik, Erdkunde
Martina Schumacher (SI): Mathematik, SII: Deutsch, katholische Religion

Eingeführte Lehrwerke:

Lambacher Schweizer: Mathematik für Gymnasium (G9): 5 bis 10
Lambacher Schweizer: Mathematik Einführungsphase
Lambacher Schweizer: Mathematik Qualifikationsphase, Leistungskurs / Grundkurs

Fachraum:
Raum 133 mit kleiner Bibliothek (Schulbücher) und Panel; keine weitere (digitale) Ausstattung vorhanden

Hilfsmittel:
Geogebra (nicht für Klausuren)
G8-Schuljahre: GTR Casio fx CG50
G9-Schuljahre: WTR Casio ES 991
Für die schriftlichen Abiturprüfungen werden die GTR-Aufgaben gewählt.

Individuelle Förderung (inkl. Mädchen- und Jungenförderung)
Interessierte und leistungsstarke Schülerinnen und Schüler werden durch gezielte Ansprache zur vertieften Auseinandersetzung mit komplexeren mathematischen Sachverhalten ermutigt und unterstützt. Dazu werden über niedrigschwellige Differenzierungsangebote im Rahmen des Regelunterrichtes hinaus zusätzliche Angebote in Form von Arbeitsgemeinschaften oder der Teilnahme an Wettbewerben zur Verfügung gestellt.

Außerunterrichtliche Angebote:

Klasse 5:	eine Wochenstunde Förderunterricht
Klasse EF:	zwei Wochenstunden Vertiefungskurs
Jahrgangsübergreifend:	eine Wochenstunde Förderunterricht für Kadersportler
Jahrgangsübergreifend:	Projekt „Schüler helfen Schülern“
Klasse 5 bis 8:	eine Wochenstunde Knobel-AG

Teilnahme an folgenden Mathematikwettbewerben (jahrgangsübergreifend)

- Känguru-Wettbewerb der Mathematik
- Mathematik-Olympiade
- Bundeswettbewerb Mathematik

Vertretungsregelungen

- Bei Unterrichtsausfall erhalten die Schülerinnen und Schüler Aufgaben und/ oder Lernmaterialien über die digitale Lernplattform.

Beitrag zur Berufsorientierung

- Durch praktische und verschiedene Bereiche abdeckende Anwendungsaufgaben geben wir eine umfassende Orientierung für unterschiedliche Berufsfelder, im Schwerpunkt allerdings im MINT-Bereich.

Weitere Absprachen:

- In der Oberstufe ist das Regelheft für alle Schüler verpflichtend.

2. Entscheidungen zum Unterricht

2.1 Unterrichtsvorhaben

Grundlage für den Mathematikunterricht am Gymnasium am Moltkeplatz in der Sekundarstufe II bilden die Kernlehrpläne des Landes Nordrhein-Westfalen und die darin formulieren Kompetenzen. Wir verfolgen durch unseren Mathematikunterricht die folgenden übergeordneten Lernziele, sodass die folgenden Grunderfahrungen ermöglicht werden:

1) technische, natürliche, soziale, kulturelle und europäische Erscheinungen und Vorgänge mit Hilfe der Mathematik wahrnehmen, verstehen, beurteilen und beeinflussen (Mathematik als Anwendung),
2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte mit europäischem Schwerpunkt, repräsentiert in Sprache, Symbolen und Bildern, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art erkennen und weiterentwickeln (Mathematik als Struktur);
3) in der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragestellungen Kreativität und Problemlösefähigkeit, die über die Mathematik hinausgehen, erwerben und einsetzen (Mathematik als individuelle und kreative Tätigkeit)

(vgl. Kernlehrpläne des Landes Nordrhein-Westfalen, Mathematik SII, 1. Auflage 2014).

Wir orientieren uns und verfolgen dabei die prozess- und inhaltsbezogenen Kernkompetenzen der Kernlehrpläne für G8; eine Überarbeitung erfolgt, wenn der neue KLP der Landesregierung für das Fach Mathematik (ab dem Schuljahr 2025/26) in der SII offiziell verabschiedet wurde.

Die Reihenfolge der Unterrichtsvorhaben kann in Absprache mit den Fachkollegen der entsprechenden Jahrgangsstufe verändert werden.

2.1.1 Prozessbezogene Kompetenzen:

a) Argumentieren und Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler teilen mathematische Sachverhalte zutreffend und verständlich mit und nutzen sie als Begründung für Behauptungen und Schlussfolgerungen.

Teilkompetenzen: Rezipieren, produzieren, diskutieren, vermuten, begründen, beurteilen

b) Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler strukturieren und lösen inner- oder außermathematische Problemsituationen, in denen ein Lösungsweg nicht unmittelbar erkennbar ist bzw. bei denen nicht unmittelbar auf erlernte Verfahren zurückgegriffen werden kann.

Teilkompetenzen: erkunden, lösen, reflektieren

c) Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler nutzen Mathematik als Werkzeug zum Erfassen von Phänomenen der realen Welt.

Teilkompetenzen: Strukturieren, mathematisieren, validieren

d) Werkzeuge

Die Schülerinnen und Schüler nutzen z. B. digitale Werkzeuge und andere mathematische Hilfsmittel.

(vgl. Kernlehrpläne des Landes Nordrhein Westfalen für das Fach Mathematik, 2014)

2.1.2 Inhaltsfelder bzw. inhaltsbezogene Kompetenzen

A) Funktionen und Analysis

G) Lineare Algebra und analytische Geometrie

S) Stochastik

Wir unterrichten die Unterrichtsvorhaben in der folgenden Reihenfolge:

- I) Eigenschaften von Funktionen (A)
- II) Exponentialfunktionen und Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (A)
- III) Das Integral, ein Schlüsselkonzept (A)
- IV) Geraden und Skalarprodukt (G)
- V) Ebenen im R^3 (G)
- VI) Abstände und Winkel (G)
- VII) Wahrscheinlichkeit, Statistik, ein Schlüsselkonzept (S);
- VIII) Testen von Hypothesen (S)
- IX) Ist die Glocke normal? (S)
- X) Von Übergängen und Matrizen (S)
- XI) Wiederholung für das Abitur (A,G,S)

2.2 Unterrichtsvorhaben in der Einführungsphase

2.2.1 Thema 1: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext **(E I), 15 UE**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenten: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten und ihren Umkehrfunktionen (exemplarisch) sowie von Sinusfunktionen • beschreiben Wachstumsprozesse (linear und exponentiell) • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Potenz-, Sinus- und Exponentialfunktionen an und deuten die zugehörigen Parameter **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** **Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) **Kommunizieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen ihre Vermutungen und Ergebnisse in verbaler und nichtverbaler Darstellung vor und • diskutieren und bewerten anschließend diese Ansätze **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • nutzen Tabellenkalkulation, Funktionsplotter und den eingeführten grafikfähigen Taschenrechner • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Darstellen von Funktionen und Variieren der Funktionsparameter	Algebraische Rechentechniken werden anknüpfend an die SEK I-Kompetenzen spiralig vermittelt und geübt. Dem in der EPH oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf einzelner Schüler wird durch gezielte Angebote Rechnung getragen (Aufgabensammlungen, Vertiefungsangebote). *Hilfreich kann es sein, dabei die Kompetenzen der Mitschülerinnen und Mitschüler z.B. durch Kurzvorträge zu nutzen.* Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren und weiterführenden Bedienkompetenzen des GTR gerichtet werden (DYNA-Anwendung beim Casio CG20) Wachstumsprozesse lassen sich über Ansparmodelle (linear und exponentiell) motivieren. Für den Übergang zu Exponentialfunktionen können Beispiele aus der Biologie und Abkühlungsvorgänge herangezogen werden. Transformationen können neben der klassischen Methode (Parabeln im KOSY) auch über Themen wie „Astronomische Sonnenscheindauer“ oder „Wasserstände“ über die Sinusfunktion erarbeitet werden. Der GTR kann wiederum über Dynamisierung von Graphen einen Zugang zu den Potenzfunktionen eröffnen.

2.2.2 Thema 2: Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen **(E III), 12 UE**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler* • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) • leiten Funktionen graphisch ab • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte, Wendepunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten • wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** **Problemlösen** *Die Schülerinnen und Schüler* • analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden) • erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen) **Argumentieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten) • nutzen mathematische Regeln und Sätze (Begründen) • überprüfen, ob Verallgemeinerungen möglich sind (Beurteilen) **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Variieren von Funktionsparameter	Nach dem ersten Umgang mit dem Begriff Änderungsrate in Thema EII wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Aussagen in der Differentialrechnung möglich sind. Für den Grenzübergang bei der quadratischen Funktion wird in der heutigen Methodik die Darstellung mit h bevorzugt. Je nach Kurszusammenstellung kann auch die andere Methode verwendet werden (eher für LK-Schüler). *Für die Erarbeitung der Ableitungsformel einer beliebigen quadratischen Funktion können verschiedene Formen der Gruppenarbeit herangezogen werden.* *Querverbindungen zu den Transformationen sind hier erwünscht.* Der GTR kann helfen, die Ableitungsregel für die Potenzfunktion zu vermuten. Die Beweisidee kann aus dem quadratischen Fall übertragen werden. Quadratische Funktionen führen in Sachzusammenhängen oft zur Physik. Hier sollte man einiges bereit stellen wie die Weg-Zeit-Funktion bei Fall- und Wurfbewegungen. *Die Motivation zur Beschäftigung mit Polynomfunktionen kann durch eine Optimierungsaufgabe geweckt werden (Schachtel aus DIN-A4-Blatt).* *Außerdem bietet sich eine Unterscheidung von lokalen und globalen Eigenschaften an.* Ganzrationale Funktionen werden Gegenstand einer zunehmend systematischen Erkundung mit dem GTR wie z.B. Fragen zur Symmetrie, Globalverhalten, Linearfaktoren, Vielfachheit von Nullstellen und Zusammenhängen zwischen charakteristischen Punkten, woran in Thema E IV anzuknüpfen ist.

2.2.3 Thema 3: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate **(E-A2), 12 UE**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenten: *Die Schülerinnen und Schüler* • berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren diese im Sachkontext • erläutern qualitativ auf Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der lokalen zur globalen Änderungs-rate • deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten • deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate / Tangenten-steigung • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfkt.) • leiten Funktionen graphisch ab • skizzieren zu gegebenem Funktions- bzw. Ableitungsgraphen den jeweils anderen Graphen • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Ableitungsfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** **Argumentieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • stellen Vermutungen auf • unterstützen die Vermutungen beispielgebunden • präzisieren Vermutungen beispielgebunden **Werkzeuge nutzen** *Die Schülerinnen und Schüler* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Darstellen von Funktionen graphisch und als Wertetabelle sowie zum graphischen Messen von Steigungen	Für den Einstieg werden durch ihren Alltagsbezug aktivierend wirkende Beispiele aus unterschiedlichen europäischen Sachzusammenhängen empfohlen, z.B. Bevölkerungsentwicklung und Exportentwicklung, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen. (weitere Beispiele: Bewegungen, Zu- und Abflüsse europäischer Stauseen, Temperaturmessung, Höhenprofile europäischer Staaten, Aktienkurse, Wirk- und Schadstoffkonzentration, Wachstums, Kosten- und Ertragsentwicklung). Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird bei der Behandlung dieses Themas im Sinne eines spiraligen Curriculums zunächst qualitativ und heuristisch verwendet. Eine Präzisierung im Sinne eines Grenzwertes erfolgt dann in der nachfolgenden Differenzialrechnung ganzrationaler Funktionen. Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bietet sich die Thematisierung des Unterschiedes zwischen Momentan- und Durchschnittsgeschwindigkeit an. Neben zeitabhängigen Änderungsraten soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden. Tabellenkalkulationsprogramme und Dynamische Geometrie-Software werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzwertprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekante zur Tangente (Zoomen) eingesetzt. Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle wie eine konstante Funktion zu betrachten, während eine Untersuchung der Änderung von Änderungen erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q1) vorgesehen ist.

2.2.4 Thema 4: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen **(E-A4), 15 UE**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenten: *Die Schülerinnen und Schüler* • leiten Funktionen graphisch ab • nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten • wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an • lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel • verwenden das notwendige Kriterium und als hinreichende Kriterien das Vorzeichenwechselkriterium sowie das Kriterium mittels der zweiten Ableitung zur Bestimmung von Extrem-punkten • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** **Problemlösen** *Die Schülerinnen und Schüler* • erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Be-kanntes) (Lösen) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zum Problemlösen aus (Lösen **Argumentieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)	Ein kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinus1funktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist. Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrem-punkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt. Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben. Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium oder das hinreichen-de Kriterium mittels der 2. Ableitung angewendet werden, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt zum Beispiel die Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse. Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangenten- und Normalengleichungen bestimmt werden.

2.2.5 Thema 5: Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen **(E-IV), 8 UE**

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenten:
Die Schülerinnen und Schüler
- simulieren Zufallsexperimente im Sachzusammenhang
- Modellieren Galtonbrett, Lotto, Lose ziehen und Urnenmodell mathematisch

- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen, …) (Begründen)
- erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (Beurteilen)

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Problemlösen
Die Schülerinnen und Schüler
- deuten Ergebnisse von Zufallsexperimenten in Sachzusammenhängen des täglichen Lebens
- erarbeiten Unterschiede zwischen bedingten und unbedingten Wahrscheinlichkeiten
- beschreiben mathematische Prozesse mit Hilfe erlernter Modelle
-

Argumentieren
Die Schülerinnen und Schüler
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)
- nutzen mathematische Regeln und Sätze (Begründen)
- überprüfen, ob Verallgemeinerungen möglich sind (Beurteilen)
-

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen, Simulieren von Zufallsereignissen und Variieren von Parametern

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Sowohl mit einer auf den Unterricht als auch mit einer auf Umfragen und Referaten beruhenden fokussierten Arbeitsweise können die Inhalte erlernt werden.

Für die Erarbeitung verschiedener Modelle können arbeitsteilig Experimente simuliert werden. Eine Binnendifferenzierung ist hierbei gut möglich.

Der GTR kann helfen, Simulationsergebnisse zu erfassen und zu verarbeiten.

Zur Vorbereitung der zentralen Klausur sollen die Themen 1 bis 5 wiederholt und vertieft werden. 8 UE

2.2.6 Thema 6: Unterwegs in 3D – Koordinaten im Raum **(E-G1), 6 UE**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenten: *Die Schülerinnen und Schüler* • wählen geeignete kartesische Koordinaten für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum • stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** **Modellieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) **Kommunizieren (Produzieren** *Die Schülerinnen und Schüler* • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen	Ausgangspunkt ist die Darstellung eines Körpers im dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystem. Empfohlen wird hierbei die „Kirche im Dorf“ aus der Fortbildung des Kompetenz-teams Mathematik Krefeld. Im Zentrum stehen hierbei die sinnvolle Wahl des Koordinatenursprungs, das Ab-lesen von Punkten und der Vergleich von parallelen Kanten. An weiteren geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (zum Bei-spiel „unvollständigen“ Holzquadern) lernen die Schülerinnen und Schüler, zwischen Schrägbildern einerseits und der Kombination aus Grund-, Auf- und Seitenriss andererseits zu wechseln, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln.

2.2.7 Thema 7: Vektoren bringen Bewegung in den Raum **(E-G2), 6 UE**	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenten: *Die Schülerinnen und Schüler* • deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren • stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar • berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras • addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität • weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** **Problemlösen** *Die Schülerinnen und Schüler* • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswesen (Lösen) • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen)	Auch hier kann das Beispiel der Kirche zur Einführung von Vektoren als Verschiebung von Punkten im Raum dienen. Die Identität von Vektoren wird thematisiert und deutlich vom Begriff des Ortsvektors abgegrenzt. Auch die Berechnung der Länge von Vektoren kann noch am Beispiel der Kirche eingeführt werden, da die Länge der Seitenkanten zum Berechnen der Dachfläche benötigt wird. Zudem wird der Nachweis der Rechtwinkligkeit eines Dreiecks mit Hilfe des Satzes von Pythagoras im Dreidimensionalen geübt. Neben diesem Kontext kann auch der Kontext der Spidercam verwendet werden, und zwar, um Kräfte und ihre Addition in Anlehnung an die Kenntnisse aus dem Physikunterricht der SI als Beispiel für vektorielle Größen zu nutzen. Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problem-stellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.

2.3 Unterrichtsvorhaben in der Qualifikationsphase

2.3.1 Planungsübersicht über das I. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

Thema	Eigenschaften von Funktionen		
Zeitbedarf	GK 20 Std., LK 21 Std.		
Inhaltsfeld(er) (vgl. KLP S. 17 [allg.]	Funktionen und Analysis (A)		
Inhaltliche Schwerpunkte (Textstellen KLP s. Inhaltsfelder)	• Fortführung der Differentialrechnung • Funktionen als mathematische Modelle		
Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen	Die Schülerinnen und Schüler • Anhand ganzrationaler Funktionen das notwendige und hinreichende Kriterium (Vorzeichenwechselkriterium und hinreichendes Kriterium mit der 2. Ableitung) für Extrem- und Wendepunkte durchführen; • Das Krümmungsverhalten mit Hilfe der Ableitungen und anschaulicher und logischer Überlegungen analysieren; • Extremwertaufgaben im inner- und außermathematischen Bereich (z. B. flächengrößte Drei- und Vierecke, materialminimierte Verpackung) lösen und kritisch reflektieren; • Funktionen aus gegebenen Bedingungen modellieren; • Ihre Überlegungen auf Funktionenscharen mit Parametern übertragen und gegebenenfalls mit Hilfe von Fallunterscheidungen analysieren (vorwiegend LK)		
Übergeordnete Kompetenzen (vorhabenspezifische Auswahl) (vgl. KLP S. 15)	**Kompetenz:** Modellieren:	**Kompetenz** Problemlösen:	**Kompetenz** Argumentieren und Werkzeuge

	Modellierung von Funktionen im Sachzusammenhang Modellierung von Zielfunktionen bei Extremwertproblemen Angemessenheit des gewählten Modell beurteilen Bearbeitete Lösung kritisch auf das Sachproblem beziehen	Strukturierung der gestellten Probleme, Ausweisen von Teilschritten (z. B. Zielfunktion, Definitionsbereich, …) Sinnvoller und reflektierter Einsatz des notwendigen und hinreichenden Kriteriums auf Sachsituationen	Sinnvoller Einsatz der Kriterien für Extrema in Hinblick auf das Sachproblem Unterscheidung zwischen lokalen und globalen Extrema, vor allem im Sachzu-sammenhang Kritischer Einsatz des GTR
Unterrichtssequenzen	Wiederholung von Ableitungsregeln aus der Einführungsphase Notwendige und hinreichende Kriterien für Extrem- und Wendepunkte, vor allem im Sachzusammenhang Krümmungsverhalten Extremwertprobleme mit Nebenbedingungen Parameter in Funktionen (Modellierung von Funktionen aus gegebenen Bedingungen) Funktionen mit Parametern Funktionenscharen (vorwiegend LK)		
Leistungsbewertung	Klausur, sonstige Mitarbeit (Hausaufgaben, zusätzliche Lösung von Aufgaben (Fördern und Fordern),Wiederholungsreferate, digitale Werkzeuge)		
Absprachen, **Anregungen**	Verstärkte Gruppenarbeit (neue Zusammensetzung); Gleichungssysteme ohne und mit GTR Wichtige Rechentechniken (quadratische Ergänzung, Lösung von Gleichungssystemen, Polynomdivision, Ableitungen, …) sollen auch ohne Zuhilfenahme des GTR bearbeitet und gelöst werden (Basiswissen, 1. Teil der Abiturprüfung) Es sollen unterschiedliche Anwendungssituationen berücksichtigt werden (z. B. bei Extremwertaufgaben oder Funktionen im Sachzusammenhang)		

2.3.2 Planungsübersicht über das II. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

Thema	Exponentialfunktionen und Untersuchung zusammengesetzter Funktionen
Zeitbedarf	Ca. 30 Stunden (GK), ca. 50 Stunden (LK)
Inhaltsfeld (vgl. KLP S. 17)	Funktionen und Analysis (A)
Inhaltliche Schwerpunkte	• Fortführung der Differenzialrechnung • Funktionen als mathematische Modelle
Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen	Die Schülerinnen und Schüler • Beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen • Bilden die Ableitung der natürlichen Exponentialfunktion und beschreiben ihre Besonderheit • Bilden die Ableitung von Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis • Analysieren Wachstums- und Zerfallsprozesse mit Hilfe funktionaler Ansätze, z.B.: Bevölkerungsentwicklung europäischer Staaten, radioaktiver Zerfall, Exportentwicklungen • Verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit beschränktem Wachstum (nur LK) • Nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion, bilden deren Ableitung und untersuchen wesentliche Eigenschaften (nur LK) • Bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) • Wenden die Produkt- und Kettenregel auf Verknüpfungen der Exponentialfunktion mit ganzrationalen Funktionen an • Verwenden notwendige und hinreichende Kriterien (Vorzeichenwechsel oder 2. Ableitung) zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten bei den neuen Funktionsklassen • Untersuchen den Einfluss von Parametern auf Eigenschaften von Funktionenscharen (nur LK) • Interpretieren Parameter im Sachkontext (nur LK) • Führen die Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Exponential- und ln-Funktionen) argumentativ auf deren Bestandteile zurück (Summe, Produkt, Verkettung)

Übergeordnete Kompetenzen	Modellieren	Problemlösen	Argumentieren und Werkzeuge
(vorhabenspezifische Auswahl) (vgl. KLP S. 15 f. [allg.]	Alltagssituation in Mathematik übersetzen, dabei Vereinfa-chungen vornehmen Graphen durch eine Sachsitua-tion präsentieren Das gewählte Modell kritisch reflektieren	Neue Problemstellungen auf be-kannte Situationen zurückführen Komplexe Probleme vereinfachen und Spezialfälle beachten Nach verschiedenen Lösungswegen suchen und vergleichen	Informationen aus (nicht unbe-dingt mathematischen) Texten entnehmen Vermutungen formulieren Lösungswege präsentieren Den GTR beim Vermuten und Überprüfen nutzen Ergebnisse im Sachzusammen-hang interpretieren

Unterrichtssequenzen	Die Schülerinnen und Schüler • Beschreiben und untersuchen Exponentialfunktionen, leiten diese ab und beschreiben ihre Eigenschaften • Verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und analy-sieren Wachstums- und Zerfallsprozesse mit Hilfe funktionaler Ansätze • Analysieren die ln-Funktion als Umkehrfunktion der e-Funktion (nur LK) • Wenden neue Ableitungsregeln (Produkt- und Kettenregel) auf zusammengesetzte Funktionen an und analysieren diese (auch im Sachzusammenhang) • Bestimmen lokale Extrema und Wendepunkte mit Hilfe der notwendigen und hinreichenden Kriterien • Untersuchen Scharfunktionen und den Einfluss von Parametern (nur LK)
Leistungsbewertung	Klausur und sonstige Mitarbeit (vgl. I)
Absprachen, **Anregungen**	Zu Beginn bietet sich eine Wiederholung der Kenntnisse aus der SI über Exponentialfunktionen an. Die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion werden zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung und Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung oder ihre Eigenschaft als Basis der Funktion, die sich in ihrer Ableitung repräsentiert, eingeführt werden. Dazu kann der GTR hilfreich eingesetzt werden.

	Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. Hier soll die Bedeutung der momentanen Änderungsrate und der Ableitung beispielhaft verdeutlicht werden. Ausgezeichnete Punkte wie z. B. Extrem- und Wendepunkte sollen rechnerisch oder mit Hilfe des GTR bestimmt werden, ihre Bedeutung im Sachkontext (vgl. unten) ist dabei von besonderer Bedeutung. Hierbei werden auch die neuen Ableitungsregeln (Produkt- und Kettenregel) geübt und angewendet. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum zu- oder abnimmt bzw. eine Kombination dieser beiden Vorgänge (z. B. Medikamente, Fieber, Pflanzenwachstum, Hochwasser, Epidemien etc.) wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet. Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbe-sondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereichs oder Fallunter-scheidungen vorgenommen werden müssen. Die Untersuchung von ln-Funktionen (auch im Sachzusammenhang, aber auch innermathematisch) sowie von Funktionenscharen bei beliebigen Funktionsklassen inklusive notwendiger Fallunterscheidungen spielt im LK eine zentrale Rolle.

2.3.3 Planungsübersicht über das III. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

Thema	Das Integral, ein Schlüsselkonzept
Zeitbedarf	Ca. 20 – 25 Stunden (GK), ca. 30 – 35 Stunden (LK)
Inhaltsfeld (vgl. KLP S. 17)	Funktionen und Analysis (A)
Inhaltliche Schwerpunkte	• Grundverständnis des Integralbegriffs • Integralrechnung
Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen	Die Schülerinnen und Schüler • Interpretieren Produktsummen als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe • Deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext und skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion • Erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs • Leiten eine geometrische Definition des Integrals über die Summe orientierter Flächeninhalt • Leiten eine analytische Definition des Integrals über die Grenzwerte Riemannscher Summen (nur LK) • Erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion • Begründen den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffes (nur LK) • Bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen und nutzen die Intervalladditivität und die Linearität • Ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate • Bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von Integralen, im GK z. B. auch mit gegebenen Stammfunktionen • Nutzen den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung zur Bestimmung von Stammfunktionen • Bestimmen Stammfunktionen auch numerisch und unter Verwendung von Nachschlagewerken und digitaler Werkzeuge • Erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion • Bestimmen Flächeninhalte auch von uneigentlichen Integralen (nur LK) • Bestimmen Stammfunktionen mit Hilfe der partiellen Integration und der Integration durch Substitution (nur LK) • Wahlthemen: Mittelwerte von Funktionen, Rotationskörper (nur LK)

<table>
<tr><td>Übergeordnete Kompetenzen

(vorhabenspezifische Auswahl)

(vgl. KLP S. 15)</td><td>Modellieren

Bilden das Modell zur Veran-schaulichung der Zusammen-hänge zwischen Funktion und Änderungsrate</td><td>Problemlösen

Bestimmen mit der Integralrech-nung Flächeninhalte bisher unbe-kannter Flächen

Wählen begründet ein Verfahren zur Bestimmung der Stammfunk-tion aus (LK)

Suchen Ansätze für die nähe-rungsweise Bestimmung der unbekannten Flächeninhalte</td><td>Argumentieren, Werkzeuge

Beweisen den Wert eines Inte-grals über den Grenzwert Rie-mannscher Summen (LK)

Nutzen den GTR bei der Bestim-mung von Integralen</td></tr>
<tr><td>Unterrichtssequenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler
Leiten das Integral geometrisch und analytisch (letzteres nur LK) her
Bestimmen Stammfunktionen von ganzrationalen Funktionen und nutzen den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung zur Bestimmung von Stammfunktionen und Berechnung von Integralen
Analysieren die Zusammenhänge von Änderungsraten und Gesamtbeständen und –effekten und ermitteln mittels der Integralrechnung Gesamtbestände
Führen Flächenberechnungen mit Hilfe der Integralrechnung durch
Bestimmen uneigentliche Integrale (nur LK)
Bestimmen Stammfunktionen mit Hilfe der partiellen Integration und Substitution (nur LK)</td></tr>
<tr><td>Leistungsbewertung</td><td colspan="3">Klausur und sonstige Mitarbeit (vgl. I)</td></tr>
<tr><td>Absprachen, Anregungen</td><td colspan="3">Zu Beginn kann das Integral z. B. durch das Problem der Flächenberechnung zwischen einem Funktionsgraph und der x-Achse in einem bestimmten Intervall motiviert werden. Dies wird dann zunächst näherungsweise z. B. über Ober- und Untersummen und die entsprechenden Produktsummen durchgeführt, die Intervalle werden immer kleiner gewählt, sodass ein ungefähres Verständnis dieses Flächeninhalts erreicht werden kann. Anschauliche Grenzwertüberlegungen werden angestellt.

Im LK können diese Grenzwertüberlegungen konkretisiert und in einer Herleitung des analytischen Integralbe-griffs über die Grenzwerte der Riemannschen Summen enden.</td></tr>
</table>

	Die Unterschiede zwischen Flächen oberhalb und unterhalb der x-Achse werden thematisiert und fließen in die geometrische Definition des Integralbegriffs ein. Erste Integralberechnungen können dann mit Hilfe von hergeleiteten Formeln bei ganzrationalen Funktionen durchgeführt werden, aber auch schon mit Hilfe des Hauptsatzes der Differenzial- und Integralrechnung. Hier sollen Stammfunktionen von einfachen Funktionen (z. B. ganzrationalen Funktionen) hergeleitet und angewendet werden. Die Zusammenhänge zwischen Änderungsrate und Bestimmung von Gesamtbeständen kann z. B. über das „Rückwärtsrechnen“ von Gesamtbestand zu Änderungsrate erfolgen, aber auch durch logische Überlegungen und die Verwendung von Einheiten, z. B. von der Geschwindigkeit zur zurückgelegten Wegstrecke. Bei algebraisch schwierigeren Aufgaben kann hier der GTR eingesetzt werden. Flächeninhaltsberechnungen sollen u. a. zwischen einem Funktionsgraph und der x-Achse durchgeführt werden, hier soll der grundlegende Unterschied zum Integral in den entsprechenden Intervallen thematisiert werden. Darüber hinaus sollen Flächeninhaltsberechnungen zwischen zwei Funktionsgraphen durchgeführt werden. Dies soll auch im Sachzusammenhang geschehen. Im LK sollen auch uneigentliche Integrale bestimmt werden, in diesem Zusammenhang ist eine Wiederholung bzw. Vertiefung des Grenzwertbegriffes notwendig. Auch die vertiefte Behandlung des Grenzwertbegriffes z. B. über die Grenzwertsätze kann hier vorgenommen werden. Als weitere Integrationsmethoden sollen im LK die partielle Integration sowie die Integration durch Substitution thematisiert werden. Anwendungsbeispiele mit entsprechenden Funktionen ergänzen diese Aspekte der Inte-gralrechnung.

2.3.4 Planungsübersicht über das IV. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

<table>
<tr><td>Thema</td><td colspan="3">Geraden und Skalarprodukt</td></tr>
<tr><td>Zeitbedarf</td><td colspan="3">Ca. 20 Stunden</td></tr>
<tr><td>Inhaltsfeld

(vgl. KLP S. 17)</td><td colspan="3">Lineare Algebra und analytische Geometrie (G)</td></tr>
<tr><td>Inhaltliche Schwerpunkte</td><td colspan="3">• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)
• Skalarprodukt</td></tr>
<tr><td>Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler
• Stellen Geraden in Parameterform dar
• Interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext von europäischen Flugrouten
• Führen eine Punktprobe durch
• Projizieren Punkte und Geraden auf die Grundebenen des Koordinatensystems
• Analysieren die gegenseitige Lage von Geraden im Raum und weisen diese rechnerisch nach
• Entwickeln eine Formel für die Länge eines Vektors
• Kennen die algebraische und geometrische Darstellung des Skalarprodukts
• Untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum</td></tr>
<tr><td>Übergeordnete Kompetenzen

(vorhabenspezifische Auswahl)

(vgl. KLP S. 15 f. [allg.]</td><td>Modellieren

Setzen Sachsituationen in mathematische Modelle (z. B. Geraden) um und reflektieren diese kritisch</td><td>Argumentieren und Kommuni-zieren

Nutzen mathematische Regeln und sachlogische Argumente für Begründungen</td><td>Werkzeuge

Nutzen geeignete Software und den GTR z. B. zum Lösen von Gleichungssystemen</td></tr>
<tr><td>Unterrichtssequenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler</td></tr>
</table>

	• Leiten die Parameterform einer Geraden z. B. durch eine Vektorkette her • Interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext • Projizieren Punkte und Geraden auf die Grundebenen des Koordinatensystems • Analysieren die gegenseitige Lage von Geraden im Raum und entwickeln einen Algorithmus sowie geometrische Zusammenhänge zum Nachweis dieser Lage • Entwickeln eine Formel für die Länge eines Vektors • Kennen die algebraische und geometrische Darstellung des Skalarprodukts • Untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum
Leistungsbewertung	Klausur und sonstige Mitarbeit (vgl. I)
Absprachen, **Anregungen**	Geraden werden am Beispiel linearer Bewegungen im R^3 eingeführt. Sowohl im LK als auch im GK sollen Durchstoßpunkte von Geraden durch die Grundebenen des KS berechnet werden. Im Anschluss wird die Projektion von Geraden und Punkten auf die Grundebenen des KS behandelt, wobei eine Veranschaulichung durch eine entsprechende Software bereitgestellt werden soll. Von einem anschaulichen Ansatz her soll die gegenseitige Lage zweier Geraden im Raum thematisiert werden, daraus wird dann ein Lösungsverfahren entwickelt. Nach der Thematisierung der Länge eines Vektors soll zunächst das Skalarprodukt als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt werden. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt, wobei das Skalarprodukt in Folge als allgemeine Berechnungsgrundlage für Winkel im R^3 zur Verfügung steht. Als weiterführender Aspekt soll die Anwendungsmöglichkeit des Skalarprodukts beim Nachweis spezieller ebener Figuren im R^3 behandelt werden; im LK soll zusätzlich ein Ausblick auf die Anwendbarkeit bei Abstandproblemen in Form des Beispiels des minimalen Abstandes einer linearen Flugbahn von einem Punkt P erfolgen: $\left(\overrightarrow{x(t)} - \overrightarrow{0P}\right) \cdot \vec{v}_{Richtung} = 0$

2.3.5 Planungsübersicht über das V. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

<table>
<tr><td>Thema</td><td colspan="3">Ebenen im R³</td></tr>
<tr><td>Zeitbedarf</td><td colspan="3">Ca. 20 Stunden</td></tr>
<tr><td>Inhaltsfeld
(vgl. KLP S. 17)</td><td colspan="3">Lineare Algebra und analytische Geometrie (G)</td></tr>
<tr><td>Inhaltliche Schwerpunkte</td><td colspan="3">• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte
• Lineare Gleichungssysteme</td></tr>
<tr><td>Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler
• Stellen Ebenengleichungen in Parameterform dar und interpretieren die Bedeutung der Parameter von Ebenengleichungen im Sachkontext (z.B. europäische Wahrzeichen)
• Stellen in Normalenform und Koordinatenform auf
• Rechnen die Grundformen der Ebenen ineinander um
• Lösen lineare Gleichungssysteme auch ohne Hilfsmittel
• Analysieren die gegenseitige Lage von Ebene und Gerade und zweier Ebenen
• Leiten die Hesse´sche Normalform aus der Normalenform ab (nur LK)</td></tr>
<tr><td>Übergeordnete Kompetenzen
(vorhabenspezifische Auswahl)
(vgl. KLP S. 15 f. [allg.]</td><td>Modellieren
Setzen Sachsituationen in mathematische Modelle (z. B. Ebenen) um und reflektieren diese kritisch</td><td>Argumentieren und Kommuni-zieren
Nutzen mathematische Regeln und sachlogische Argumente für Begründungen
Wechseln flexibel zwischen ma-thematischen Darstellungsformen</td><td>Werkzeuge
Nutzen geeignete Software zum Veranschaulichen von Ebenen-formen</td></tr>
<tr><td>Unterrichtssequenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler
• Leiten geometrisch die Parametergleichung der Ebene her</td></tr>
</table>

	• Leiten die beiden anderen Ebenenformen her und rechnen flexibel und dem Sachkontext entsprechend in sinnvolle andere Formen um • Analysieren allgemein die Lagemöglichkeiten zweier Geraden im Raum und weisen diese rechnerisch nach (hier kann der GTR benutzt werden) • Lösen lineare Gleichungssysteme mit bis zu 4 Variablen und 3 Gleichungen (inklusive möglicher Spezial-fälle) sowohl hilfsmittelfrei als auch mit dem GTR • Lösen Anwendungsaufgaben im Sachzusammenhang (vor allem europäische Wahrzeichen und Flugrouten) • Leiten die Hessesche Normalform her und wende diese sinnvoll an (nur LK)
Leistungsbewertung	Klausur und sonstige Mitarbeit (vgl. I)
Absprachen, **Anregungen**	Als Einstiegsform der Ebenengleichung wird die Parameterform gewählt, da ihre formale Struktur einen Bezug zur Parameterform der Geradengleichung aufweist und sie gute Möglichkeiten zur Veranschaulichung bietet. Im Anschluss kann die Normalenform zunächst für eine Ebene durch den Ursprung mit dem Ansatz $\vec{x} \cdot \vec{n} = 0$ hergeleitet werden, wobei dieser den Schülerinnen und Schülern durch systematisches Probieren und Betrachten einen eigenständigen Zugang zu den impliziten Formen der Ebenengleichung ermöglicht. Durch Hinzunahme der Stützvektors ergibt sich am Anschluss die allgemeine Form $(\vec{x} - \vec{p}) \cdot \vec{n} = 0$; der Übergang zur Koordinatenform ist dann leicht mit dem Ausmultiplizieren gemäß des Skalarproduktes zu vollziehen. Bei der Analyse der gegenseitige Lage von Gerade und Ebene bzw. von zwei Ebenen soll als Schwerpunkt die Wiederholung der Lösung linearer Gleichungssysteme stehen inklusive der Spezialfälle (parallele bzw. identische Ebenen, senkrechte Gerade zur Ebene). Als vertiefender Aspekt im LK wird neben der HNF die Einschränkung der Parameterintervalle in der Parameterform behandelt, wobei sich die ebene Figur des Parallelogramms und seiner Spezialfälle im R^3 ergeben. Eine Veranschaulichung der Grundformen der Ebenengleichung mit einer entsprechenden Software soll in jedem Fall erfolgen; gut geeignet ist hierbei das Programm „Vektoris 3D“, welches neben der jeweiligen Ebene auch Stütz- und Spann-beziehungsweise Normalenvektoren anzeigt.

2.3.6 Planungsübersicht über das VI. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

Thema	Abstände und Winkel		
Zeitbedarf	Nur LK: 15 Stunden		
Inhaltsfeld(er) (vgl. KLP S. 17)	Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)		
Inhaltliche Schwerpunkte (Textstellen KLP s. Inhaltsfelder)	• Lagebeziehungen, Abstände und Winkel • Lineare Gleichungssysteme		
Konkretisierte inhaltliche Kompetenzen	Die Schülerinnen und Schüler • Entwickeln Formeln bzw. Lösungsstrategien für verschiedene Abstandsproblematiken • Wenden diese Formeln und Lösungsstrategien sach- und aufgabenbezogen an. • Nutzen das Vektorprodukt zur weiteren Vereinfachung ihrer Überlegungen • Entwickeln die vorher hergeleitet Formeln zur Bestimmung von Winkeln zwischen Vektoren weiter auf die Probleme zwischen Ebenen und Geraden		
Übergeordnete Kompetenzen (vgl. KLP S. 15)	**Modellieren** Bilden Modelle für Körperberechnung (z. B. Bestimmung von Höhen) bzw. Flugzeugbewegungen	**Problemlösen** Führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus Vergleichen verschiedene Lösungsansät-ze und –wege bzgl. Unterschieden und Gemeinsamkeiten und optimieren diese mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz	**Werkzeuge** Benutzung dynamischer Geometriesoft-ware
Konkretisierte inhaltsbezo-gene Kompetenzen	Die Schülerinnen und Schüler • Leiten eine Formel für den Abstand eines Punktes zur einer Ebene her und nutzen dafür z. B. die Hessesche Normalform		

	• Leiten eine Lösungsstrategie zum Abstand eines Punktes zu einer Geraden her (z. B. über eine orthogonale Hilfsebene) • Leiten eine Lösungsstrategie zum Abstand zweier windschiefer Geraden her • Wenden diese Formeln und Strategien auf sachbezogene und geometrische Aufgaben an • Führen die Formeln über die Berechnung von Winkeln zwischen zwei Vektoren weiter auf die Probleme „Winkeln zwischen zwei Ebenen“ und „Winkel zwischen Gerade und Ebene“
Leistungsbewertung	Klausur, sonstige Mitarbeit (s. I)
Absprachen, **Anregungen**	Als Übergang zur vorherigen Kapital bietet sich die Hessesche Normalform an, aus der die Abstandsformel für das Problem „Abstand Punkt Ebene“ hergeleitet werden kann. Dies sollte mathematisch exakt und als Beweis geschehen. Berücksichtigt werden kann in diesem Zusammenhang auch die Lage des Punktes bzgl. der Ebene. Die weiteren Lösungswege sollen unbedingt selbsttätig und an Anwendungsbeispiele angelehnt hergeleitet werden, wobei die geometrische Komponente vor allem bei Körperberechnungen eine besondere Rolle spielt. Es bietet sich der Bezug zur Analysis an, wobei die Abstandsaufgaben auch durch Extremwertaufgaben (minimaler Abstand) über Zielfunktionen gelöst werden können.

2.3.7 Planungsübersicht über das VII. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

<table>
<tr><td>Thema</td><td colspan="3">Wahrscheinlichkeit- Statistik: Ein Schlüsselkonzept</td></tr>
<tr><td>Zeitbedarf</td><td colspan="3">GK: 15-20 Stunden, LK: bis zu 25 Stunden</td></tr>
<tr><td>Inhaltsfeld
(vgl. KLP S. 17</td><td colspan="3">Stochastik</td></tr>
<tr><td>Inhaltliche Schwerpunkte</td><td colspan="3">Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
Binomialverteilung</td></tr>
<tr><td>Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler
untersuchen die Lage- und Streumaße von Stichproben
erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
bestimmen den Erwartungswert und die Standardabweichung von Zufallsgrößen und treffen dadurch prognostische Aussagen
verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung.
nutzen die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen
schließen anhand einer Stichprobe auf die Grundgesamtheit</td></tr>
<tr><td>Übergeordnete Kompetenzen
(vorhabenspezifische Auswahl)
(vgl. KLP S. 15)</td><td>Modellieren
Zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen erfassen
Mit Hilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten</td><td>Problemlösen
Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden
Die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen</td><td>Argumentieren und Werkzeuge
Lückenhafte bzw. fehlerhaft Argumentationsketten erkennen und korrigieren
Überprüfen, inwieweit Ergebnisse verallgemeinert werden können
Digitale Werkzeuge nutzen; z. B. Generieren von Zufallszahlen, Er-stellen</td></tr>
</table>

			von Histogrammen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Unterrichtssequenzen	**Konkretisierte Kompetenzen** Die Schülerinnen und Schüler • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells • beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die Sachsituation • nutzen den graphikfähigen Taschenrechner • Erstellen Histogramme von Binomialverteilungen • Berechnen Kenngrößen
Leistungsbewertung	Klausur und sonstige Mitarbeit (vgl. I)
Absprachen, **Anregungen**	Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Werten, die die Zufallsgröße annehmen kann und der Wahrscheinlichkeit) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Zum Grundverständnis von Streumaßen werden die Erfahrungen der Schülerinnen und Schülern mit Boxplot-Diagrammen der Sekundarstufe I reaktiviert. Über Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert. Anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert. Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

	Der Schwerpunkt bei der Betrachtung der Binomialverteilung soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulli-Ketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch den Vergleich mit "Ziehen ohne Zurücklegen" wird geklärt, dass die Anwendung des Modells "Bernoulli-Kette" eine bestimmte Realsituation voraussetzt. Auch eine formale Herleitung der Binomialverteilung soll erfolgen. (Möglich wäre dies mit Hilfe des Galtonbretts und/oder der Betrachtung von Multiple-Choice-Tests.) Auf die formale allgemeingültige Herleitung der Standardabweichung wird im GK verzichtet. Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% aller Ergebnisse in der 1σ- Umgebung des Erwartungswertes liegen. Zudem wird in verschiedenen Sachkontexten die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung geprüft, hierbei werden die Grenzen von Modellierungen aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt: – die Beschreibung von Sachkontexten durch ein ZV – die Interpretation des ZV als Bernoulli-Kette – die Definition der betrachteten Zufallsgröße – die Unabhängigkeit der Ergebnisse – die Benennung von Stichprobenumfang und Trefferwahrscheinlichkeit. Trotz Nutzen des graphikfähigen Taschenrechners werden zur Berechnung verschiedener Wahrscheinlichkeiten die Tabellen genutzt und der Vorteil einer kumulierten Tabelle herausgearbeitet. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet. (Von der Verteilung zur Realsituation)

2.3.8 Planungsübersicht über das VIII. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

Thema	Testen von Hypothesen		
Zeitbedarf	LK: 15 Stunden		
Inhaltsfeld (vgl. KLP S. 17)	Stochastik		
Inhaltliche Schwerpunkte	• Testen von Hypothesen (Signifikanz und Relevanz)		
Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen	Die Schülerinnen und Schüler • Interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse • Führen eine Fehleranalyse durch: Beschreiben und beurteilen die Fehler 1. und 2. Art		
Übergeordnete Kompetenzen (vorhabenspezifische Auswahl) (vgl. KLP S. 15)	**Modellieren** Konkrete Sachsituation in ein mathematisches Modell über-setzen und dieses kritisch hinterfragen	**Problemlösen** Die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen Verschiedene Lösungswegen bzgl. Unterschieden und Gemeinsamkeiten vergleichen Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren	**Argumentieren und Werkzeuge** Die Fehler 1. und 2. Art im Vorfeld analysiert und die Hypothese entsprechend wählen Aus zunehmend komplexen mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen Informationen erfassen, strukturieren und formalisieren Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbeiführen
Unterrichtssequenzen	**Konkretisierte Kompetenzen** Die Schülerinnen und Schüler		

	• Stellen ein- und zweiseitige Hypothesentest für Sachprobleme auf • Führen eine Fehleranalyse durch und erläutern die Fehler 1. und 2. Art • Wählen die Hypothese entsprechend den vorher durchgeführten Fehleranalysen und der entsprechend gewählten Perspektiven
Leistungsbewertung	Klausur und sonstige Mitarbeit (vgl. I)
Absprachen, **Anregungen**	Wann hilft die Mathematik im Leben weiter? Diese Frage dient als Grundlage zur Arbeit mit Hypothesentests. Den SuS soll das Verständnis dafür vermittelt werden, dass diese eine Möglichkeit bieten, eigene Entscheidungen zu optimieren. Den Schülern soll eine Vorstellung davon vermittelt werden, dass mit Hilfe von Hypothesentests nicht jede Entscheidung richtig getroffen wird, aber die Zahl der Fehlentscheidungen minimiert wird. Eingebettet in einen realitätsnahen Kontext werden Nutzung und Durchführung der Tests erarbeitet. Im Rahmen eines europäischen, realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert: - Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage? - Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie? Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.

2.3.9 Planungsübersicht über das IX. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

Thema	Ist die Glocke normal?		
Zeitbedarf	LK: 15 Stunden		
Inhaltsfeld (vgl. KLP S. 17)	Stochastik		
Inhaltliche Schwerpunkte	• Normalverteilung		
Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen	Die Schülerinnen und Schüler • Unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integral-funktion • Untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen • Beschreiben den Einfluss der Parameter auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve)		
Übergeordnete Kompetenzen (vorhabenspezifische Auswahl) (vgl. KLP S. 15)	**Modellieren** Erfassen und strukturieren komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Frage-stellung Übersetzen komplexe Sach- situationen in mathematische Modelle Beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (bzw. konkurrierender) Modelle für die Frage-stellung	**Problemlösen** Erkennen Muster und Beziehungen Entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege	**Argumentieren und Werkzeuge** Wählen Werkzeuge aus (z. B. GTR), die den Lösungsweg unter-stützen
Unterrichtssequenzen	Die Schülerinnen und Schüler		

	• Leiten die Glockenkurve mit Hilfe ausgewählter Zufallsversuche z. B. mit Hilfe eines Tabellenkalkulations-programms oder des GTRs her • Unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integral-funktion • Untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen • Beschreiben den Einfluss der Parameter auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve)
Leistungsbewertung	Klausur und sonstige Mitarbeit (vgl. I)
Absprachen, **Anregungen**	Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier… Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird. Eine zweite Möglichkeit der Simulation sind die Ergebnisse von Kopfrechenaufgaben, die unter großem Zeitdruck berechnet werden. Die Glockenform lässt sich über den Zeitdruck, unter dem die Aufgaben gestellt werden, variieren. *Ergänzung für leistungsfähige Kurse:* Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit. Mit Hilfe von Messungen aus dem Physikunterricht (oder Versuchen, die für den Mathematikunterricht konzipiert werden), können die Werte für μ und σ variiert werden und mit den Werten experimentiert werden. Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann. Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR. Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.

2.3.10 Planungsübersicht über das X. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

<table>
<tr><td>Thema</td><td colspan="3">Von Übergängen und Prozessen</td></tr>
<tr><td>Zeitbedarf</td><td colspan="3">12 Stunden</td></tr>
<tr><td>Inhaltsfeld
(vgl. KLP S. xx – xx [allg.]
für GK: S. xx - xx;</td><td colspan="3">Stochastik</td></tr>
<tr><td>Inhaltliche Schwerpunkte</td><td colspan="3">• Stochastische Prozesse</td></tr>
<tr><td>Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler
• beschreiben Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
• verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse
(Vorhersagen nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)</td></tr>
<tr><td>Übergeordnete Kompetenzen
(vorhabenspezifische Auswahl)
(vgl. KLP S. xx f. [allg.]
für GK: S. xx – xx</td><td>Modellieren</td><td>Argumentieren</td><td></td></tr>
<tr><td>Unterrichtssequenzen</td><td colspan="3">Konkretisierte Kompetenzen
Die Schülerinnen und Schüler
• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen
• übersetzen komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells</td></tr>
</table>

	• beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die Sachsituation • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen • nutzen mathematische Sätze und Regeln für Begründungen • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her.
Leistungsbewertung	Klausur
Absprachen, **Anregungen**	Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe der Stochastik und der Analysis mit den Begriffen und Methoden der Linearen Algebra zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in er Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen genutzt werden kann. Graphische Darstellung von stochastischen Prozessen werden meist durch die Erstellung eines Baumdiagramme umgesetzt. Die erste Stufe beschreibt den Ausgangszustand. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregel als Gleichungssystem kann daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickelt werden. Untersuchungen unterschiedlicher realer Kontexte führt zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen von Übergangsmatrizen Grenzmatrix, stabile Verteilung).

3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Bei der Beurteilung der Leistungen der Schülerinnen und Schüler in der Sekun-darstufe II spielen die in den Klausuren erbrachten Leistungen sowie die Lei-stungen im Bereich „sonstige Mitarbeit“ eine Rolle. Sie gehen in ungefähr gleichem Maße in die Gesamtzensur ein. Eine rein rechnerische Ermittlung der Zeugnisnote ist unzulässig, da die Gesamtleistung der Schülerinnen und Schüler, gemessen an den Lernzielen, beurteilt wird.

a) <u>Klausuren</u>

Grundlage für die Konzeption der Klausuren in der Sekundarstufe II sind die Lehrpläne für die gymnasiale Oberstufe für das Fach Mathematik sowie die inhaltlichen Vorgaben für die schriftliche Abiturprüfung im Leistungs- sowie Grundkurs für die Einführungs- und Qualifikationsphase. In der Einführungsphase werden insgesamt 4 Klausuren (2 pro Halbjahr) über die Dauer von jeweils 90 (100) Minuten geschrieben, davon ist die letzte die zentrale Klausur des Landes NRW. Im Grundkurs wird in der Q1 jede Klausur über eine Dauer von 135 Minuten, im Leistungskurs von 180 Minuten geschrieben (jeweils insgesamt 4 Klausuren pro Schuljahr). Im ersten Halbjahr der Q2 dauert eine Klausur im Grundkurs 180 Minuten, im Leistungskurs 225 Minuten (2 Klausuren im Halbjahr). Die Abiturvorklausur im 2. Halbjahr dauert im Grundkurs 225 Minuten und im Leistungskurs 300 Minuten. Hierbei müssen zwei Teile gewählt werden: Ein hilfsmittelfreier Teil und ein Teil, in dem der eingeführte Taschenrechner benutzt werden kann. Auch in anderen Klausuren in der Oberstufe muss der hilfsmittelfreie Teil einbezogen werden.

Die Klausuren werden so konzipiert, dass sie unterschiedliche Arten der Leistungen einfordern, sodass hier auch Zeichnungen, Begründungen oder Erläuterungen oder das Führen eines Beweises berücksichtigt werden. Die prozessbezogenen Kompetenzen sind hier in angemessener Gewichtung zu berücksichtigen. Auch hier werden wieder die drei Anforderungsbereiche I, II und III als wesentliche Grundlage verwendet: Hierbei soll die Aufteilung der Aufgaben auf diese drei Bereiche in etwa wie in der schriftlichen Abiturprüfung erfolgen. Als Instrumentarium für die Beurteilung der Leistungen wird auch in der SII ein Punkteschema entworfen, dass sich an dem Schema für die schriftlichen Abiturprüfungen orientiert: Die Note „ausreichend“ (5 Punkte) wird erteilt, wenn ungefähr 45% der Maximalpunktzahl erreicht wird, die Note „gut“ (11 Punkte), wenn ca. 75% der Punkte erzielt werden. Die Intervalle für die übrigen Noten sollen in etwa äquidistant gehalten werden (ca. 5% pro Punktstufe). In den Klausuren wird neben der sachlichen Richtigkeit der Lösungen auch die Darstellungsleistung bewertet, die Art und Umfang der Präsentation der Ergebnisse und Lösungswege, die formale und fachsprachliche Gestaltung sowie die orthographische und allgemein sprachliche Leistung der Schülerinnen und Schüler berücksichtigt. Wenn letztere deutlich und wiederholt nicht den Anforderungen entspricht, kann die Zensur für die Klausur um bis zu eine komplette Notenstufe heruntergesetzt werden. Als Hilfsmittel für die Klausuren sind den Schülerinnen und Schülern der grafikfähige Taschenrechner und spätestens zur Abiturvor-klausur auch die Formelsammlung gestattet. Es sollte aber auch der hilfsmittelfreie Teil in den Klausuren in angemessenem Umfang geübt werden. Ein Computer-Algebrasystem darf in den Klausuren nicht verwendet werden, die Benutzung ist jedoch im Unterricht selbstverständlich erlaubt.

b) Bereich „sonstige Mitarbeit“

Für die Beurteilung im Bereich „sonstige Mitarbeit“ im Unterricht wird vor allem die aktive und kontinuierliche Mitarbeit im Unterricht berücksichtigt: Diese muss vom Schüler selbstständig eingebracht werden. Hierbei wird die Beurteilung neben der Quantität der Beiträge vor allem hinsichtlich deren Qualität vorgenommen, wobei in diesem Zusammenhang die drei Anforderungsbereiche berücksichtigt werden. Hierbei achten wir in besonderem Maße auf die Präsentation der Beiträge, die zusammenhängend, stringent und allgemein- und fachsprachlich angemessen erbracht werden müssen. Auch die Reflexion der Lösungswege und deren Beurteilung sind uns dabei wichtig. Daneben spielen auch die Qualität der Hausaufgaben, die Anfertigung und Präsentation von Referaten sowie das Führen von Regelbüchern eine Rolle. Wir beobachten auch die Anstrengungsbereitschaft und die Qualität der Lösungen und Lösungswege, die die Schülerinnen und Schüler in Einzel- und Partnerarbeitsphasen erbringen; sie werden bei der Beurteilung der sonstigen Mitarbeit angemessen berücksichtigt. Auch kooperative Leistungen, die in Gruppen- oder Projektarbeitsphasen erbracht werden, spielen eine Rolle, genauso wie mündlich oder schriftlich durchgeführte Lernzielkontrollen.

4 Maßnahmen der fachlichen Qualitätssicherung und Evaluation

Ein hohes Maß an Qualität wird durch eine zunehmende Parallelisierung des Unterrichts und einer aufbauenden Feedbackkultur gesichert. In den gemeinsamen Besprechungen der parallel unterrichtenden Lehrkräfte wird Raum geschaffen für den fachlichen und fachdidaktischen Austausch und für konkrete Absprachen über zu erreichende Ziele. Dazu dienen beispielsweise auch der regelmäßige Austausch über durchgeführte Unterrichtsvorhaben sowie die gemeinsame Konzeption von Unterrichtsmaterialien, welche hierdurch mehrfach erprobt und bezüglich ihrer Wirksamkeit beurteilt werden.

Dabei prüft das Fachkollegium kontinuierlich, inwieweit die im schulinternen Lehrplan vereinbarten Maßnahmen zum Erreichen der im Kernlehrplan vorgegebenen Ziele geeignet sind. Freiwillige kollegiale Hospitationen im Unterricht können zudem Anlass geben, den eigenen Unterricht mit anderen Augen zu betrachten.

Alle Fachkollegen (ggf. auch die gesamte Fachschaft) nehmen regelmäßig an Fortbildungen teil, um fachliches Wissen zu aktualisieren und pädagogische sowie didaktische Handlungsalternativen zu entwickeln. Zudem werden die Erkenntnisse und Materialien aus fachdidaktischen Fortbildungen und Implementationen zeitnah in der Fachgruppe vorgestellt und für alle zentral digital zur Verfügung gestellt.

In den Jahrgangsstufen 6 und 9 wird eine gemeinsam entwickelte Klassenarbeit parallel geschrieben und evaluiert. Anschließend werden die Erfahrungen ausgetauscht und die weitere Vorgehensweise abgesprochen. Darüber hinaus werden die Ergebnisse der Lernstanderhebungen in Klasse 8 (LSE 8) in der Fachkonferenz vorgestellt und von den parallel unterrichtenden Lehrkräften zur Überprüfung und Weiterentwicklung des Unterrichts aufbauend von der Jahrgangsstufe 5 genutzt.

Zur Vorbereitung auf die Zentralen Prüfungen 10 (ZP10) wird auf die frei zugänglichen Prüfungsaufgaben der letzten Jahre[1] zurückgegriffen. Den Schülerinnen und Schülern wird der Zugang zu diesen Seiten ebenfalls ermöglicht. Viele Anregungen zur Gestaltung des Unterrichts sind in den jährlich erscheinenden Fachdidaktischen Rückmeldungen[2] zu den Prüfungen enthalten. Diese werden im Rahmen der Fachgruppe Mathematik vorgestellt und als Anlass zu weiteren Unterrichtsentwicklung genommen.

Feedback von Schülerinnen und Schülern wird als wichtige Informationsquelle zur Qualitätsentwicklung des Unterrichts angesehen. Sie sollen deshalb Gelegenheit bekommen, die Qualität des Unterrichts zu evaluieren. Dafür kann das Online-Angebot SEFU (Schüler als Experten für Unterricht) oder ein eigener Fragebogen über EDKIMO genutzt werden[3].

---

[1] https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/cms/zentrale-pruefungen-10/faecher/fach.php?fach=72 (Datum des letzten Zugriffs: 13.1.2020)

[2] https://www.schulentwicklung.nrw.de/s/faecher/mathematik/-fachdidaktische-rueckmeldungen.html (Datum des letzten Zugriffs: 13.1.2020)

[3] www.sefu-online.de (Datum des letzten Zugriffs: 14.1.2020)

4.1 Überarbeitungs- und Planungsprozess

In der Fachkonferenz werden Möglichkeiten der Weiterentwicklung der Zielsetzungen und Methoden des Unterrichts angeregt, diskutiert und Veränderungen im schulinternen Curriculum abgestimmt. Eine Evaluation erfolgt in der Regel jährlich. In den Dienstbesprechungen der Fachgruppe zu Schuljahresbeginn werden die Erfahrungen des vorangehenden Schuljahres ausgewertet und diskutiert sowie eventuell notwendige Konsequenzen formuliert. Durch die Kollegen der entsprechenden Jahrgangsstufen werden Änderungsvorschläge für den schulinternen Lehrplan vorgenommen, die im Rahmen der Fachkonferenzen abgestimmt werden. Insbesondere verständigen sie sich über alternative Materialien, Kontexte und die Zeitkontingente der einzelnen Unterrichtsvorhaben.

Die Ergebnisse dienen der/dem Fachvorsitzenden zur Rückmeldung an die Schulleitung und u.a. an die/den Fortbildungsbeauftragte/n, außerdem sollen wesentliche Tagesordnungspunkte und Beschlussvorlagen der Fachkonferenz daraus abgeleitet werden. Von der Fachgruppe Mathematik erkannte Fortbildungsnotwendigkeiten werden der Fortbildungskoordination benannt und entsprechende schulinterne Fortbildungen beantragt.

Weitergehende, insbesondere fachliche, fachdidaktische oder methodische Fortbildungen werden bedarfsgerecht von den Lehrkräften wahrgenommen. Die Inhalte der Fortbildung werden der Fachgruppe vorgestellt und gemeinsam zur Unterrichtsentwicklung genutzt.

4.2 Checkliste zur Evaluation

Zielsetzung: Der schulinterne Lehrplan ist als „dynamisches Dokument“ zu sehen. Dementsprechend sind die dort getroffenen Absprachen stetig zu überprüfen, um ggf. Modifikationen vornehmen zu können. Die Fachschaft trägt durch diesen Prozess zur Qualitätsentwicklung und damit zur Qualitätssicherung des Faches bei.

Prozess: Die Überprüfung erfolgt jährlich. Zu Schuljahresbeginn werden die Erfahrungen des vergangenen Schuljahres in der Fachkonferenz ausgetauscht, bewertet und eventuell notwendige Konsequenzen formuliert.

Die Checkliste dient dazu, erkannte Stärken oder mögliche Probleme und einen entsprechenden Handlungsbedarf in der fachlichen Arbeit festzustellen und zu dokumentieren, Beschlüsse der Fachkonferenz zur Fachgruppenarbeit in übersichtlicher Form festzuhalten sowie die Durchführung und Terminierung der Beschlüsse zu kontrollieren und zu reflektieren. Die Liste wird als externe Datei regelmäßig überabeitet und angepasst. Sie dient auch dazu, Handlungsschwerpunkte für die Fachgruppe zu identifizieren und abzusprechen.

Handlungsfelder		***Handlungsbedarf***	***Verantwortlich***	***Zu erledigen bis***
Ressourcen				
räumlich	*Unterrichtsräume*			
	Fachraum 133			
	Bibliothek (R. 133)			
	Computerraum			
	…			
materiell/ sachlich	*Lehrwerke*			
	Geräte/ Medien			
	…			
Kooperation bei Unterrichtsvorhaben				
Leistungsbewertung/ Leistungsdiagnose				
Fortbildung				
Fachspezifischer Bedarf				
Fachübergreifender Bedarf				